Vorbemerkung

Dies ist ein abgegebener Übungszettel aus dem Modul physik521.

Dieser Übungszettel wurde nicht korrigiert. Es handelt sich lediglich um meine Abgabe und keine Musterlösung.

Alle Übungszettel zu diesem Modul können auf http://martin-ueding.de/de/university/bsc_physics/physik521/ gefunden werden.

[disclaimer]

physik521: Übungsblatt 02

Lino Lemmer
s6lilemm@uni-bonn.de

Martin Ueding
mu@martin-ueding.de

7. Juli 2014

H 2.2. Entropie des idealen Gases

M. U.

H 2.2.a. Herleitung der adiabatischen Zustandsänderungen

H 2.2.a.1. Erste Relation

Wir beginnen mit der ersten Relation. Wegen $\mathrm{d}S = 0$ und $\mathrm{d}N = 0$ folgt:

$$\begin{aligned}
\mathrm{d}U &= -p\,\mathrm{d}V \\
\frac{f}{2}Nk\,\mathrm{d}T &= -p\,\mathrm{d}V \\
\frac{f}{2}\left(\mathrm{d}pV + p\,\mathrm{d}V\right) &= -p\,\mathrm{d}V \\
-\frac{2}{f}\left(\frac{f}{2}+1\right)p\,\mathrm{d}V &= \mathrm{d}pV
\end{aligned}$$

Nun können wir aus dem Nichts die Relation folgern:

$$\begin{aligned}
\left(-1-\frac{2}{f}+1+\frac{2}{f}\right)p\,\mathrm{d}V &= 0 \\
-\frac{2}{f}\left(\frac{f}{2}+1\right)p\,\mathrm{d}V + \left(1+\frac{2}{f}\right)p\,\mathrm{d}V &= 0
\end{aligned}$$

Jetzt benutzen wir die gerade hergeleitete Relation.

$$\begin{aligned}
\mathrm{d}pV + \left(1+\frac{2}{f}\right)p\,\mathrm{d}V &= 0 \\
V^{\frac{f+2}{f}-1}\left(\mathrm{d}pV + \frac{f+2}{f}p\,\mathrm{d}V\right) &= 0 \\
\mathrm{d}pV^{\frac{f+2}{f}} + p\frac{f+2}{f}pV^{\frac{f+2}{f}}\,\mathrm{d}V &= 0
\end{aligned}$$

Dies ist nun gerade das totale Differential der gesuchten Relation.

$$pV^{\frac{f+2}{f}} = \text{const}$$

H 2.2.a.2. Zweite Relation

H 2.2.b. Gleichung aus Fundamentalbeziehung

H 2.2.c. Integration

$$\mathrm{d}s = \frac{1}{T}\,\mathrm{d}U + \frac{p}{T}\,\mathrm{d}v$$

Wir integrieren auf beiden Seiten.

$$\int \mathrm{d}s = \int \frac{1}{T}\,\mathrm{d}U + \int \frac{p}{T}\,\mathrm{d}v$$

Nun benutzen wir die Relationen.

$$= k\frac{f}{2}\int \frac{N}{U}\,\mathrm{d}U + k\int \frac{N}{V}\,\mathrm{d}v$$

An dieser Stelle substituieren wir $u = U/N$ mit $\mathrm{d}U = (\mathrm{d}UN - U\,\mathrm{d}N)/N^2$, analog V.

$$\begin{aligned}
&= k\frac{f}{2}\int \frac{N}{U}\left(\frac{\mathrm{d}U}{N} - \frac{U\,\mathrm{d}N}{N^2}\right) + k\int \frac{N}{V}\left(\frac{\mathrm{d}V}{N} - \frac{V\,\mathrm{d}N}{N^2}\right)\\
&= k\frac{f}{2}\ln\left(\frac{U}{U_0}\right) - k\frac{f}{2}\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) + k\ln\left(\frac{V}{V_0}\right) - k\ln\left(\frac{N}{N_0}\right)\\
&= k\left(\frac{f}{2}\ln\left(\frac{U}{U_0}\right) + \ln\left(\frac{V}{V_0}\right) - \frac{f+2}{f}\ln\left(\frac{N}{N_0}\right)\right)
\end{aligned}$$

Auf der linken Seite gehen wir ähnlich vor: $s = S/N$, $\mathrm{d}s = (\mathrm{d}S\,N - S\,\mathrm{d}N)/N^2$.

$$\begin{aligned}
\int \frac{1}{N}\,\mathrm{d}S - \int \frac{S}{N^2}\,\mathrm{d}N &=\\
\frac{S}{N}\Bigg| + \frac{S}{N}\Bigg| &=\\
\frac{S}{N} - \frac{S_0}{N_0} &=\\
S &= S_0\frac{N}{N_0} + k\left(\frac{f}{2}\ln\left(\frac{U}{U_0}\right) + \ln\left(\frac{V}{V_0}\right) - \frac{f+2}{f}\ln\left(\frac{N}{N_0}\right)\right)
\end{aligned}$$

H 2.3. Otto-Zyklus

H 2.4. Inverser Carnot-Prozess als Wärmepumpe

H 2.4.a.

H 2.4.b.