Vorbemerkung

Dies ist ein korrigierter Übungszettel aus dem Modul physik511.

Dieser Übungszettel wurde von einem Tutor korrigiert. *Dies bedeutet jedoch nicht, dass es sich um eine Musterlösung handelt. Weder ich, noch der Tutor implizieren, dass dieses Dokument keine Fehler enthält.*

Alle Übungszettel zu diesem Modul können auf http://martin-ueding.de/de/university/bsc_physics/physik511/ gefunden werden.

[disclaimer]

physik 511 Übung 8 Martin Uecker

(8.9)

Übung 1

Nach Povh, Formel (5.42) ist unter Annahme, dass der Rückstoß vernachlässigbar ist, mit der Born'schen Näherung der Formfaktor $F(q^2)$ durch Fouriertransformation aus der Ladungsverteilung zu erhalten:

$$F(q^2) = \int d^3x \, e^{i\underline{q}\underline{x}/\hbar} \, \varrho(\underline{x}) \qquad (1)$$

Wenn $\underline{q}$ klein ist, kann (1) um $\underline{q} = \underline{0}$ entwickelt werden. Dies ist in Povh auf Seite 70 vorgerechnet. Das Skalarprodukt $\underline{q}\,\underline{x}$ wird mit

$$|\underline{q}|\,|\underline{x}| \cos(\vartheta) \quad \text{mit} \quad \vartheta := \sphericalangle(\underline{q}, \underline{x})$$

~~genähert~~ dargestellt. Die Exponentialfunktion wird als Reihe geschrieben.

$$F(q^2) = \int d^3x \, \varrho(x) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(\frac{i\,|\underline{q}|\,|\underline{x}| \cos(\vartheta)}{\hbar} \right)^n$$

Dann schreibt man aus:

$$d^3x = d\varphi \; d(\cos\vartheta)\; r^2\, dr.$$

~~und~~ ~~führt~~

Somit erhält Porh.; unter Weglassung der ungeraden Terme, die bei der Integration in $\cos(\vartheta)$ wegfallen:

$$F(q^2) = \int_0^\infty dr\, r^2 \int_{-1}^{+1} d(\cos(\vartheta)) \int_0^{2\pi} d\varphi\, \rho(r) \left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{|q|r}{\hbar}\right)^2 \cos^2(\vartheta)\right]$$

$$+ \mathcal{O}(|q|^3).$$

wobei hier das erste Glied der Nährung fehlt, welches ist nach des cos integration wegfällt.

Die Integrationen von φ und $\cos(\vartheta)$ wollen ausgeführt. So erhält man:

$$= 4\pi \underbrace{\int_0^\infty dr\, r^2 \rho(r)}_{1/4\pi} - \frac{1}{6}\frac{q^2}{\hbar^2} 4\pi \int_0^\infty dr\, r^4 \rho(r).$$

Mit der Definition von $\langle r^2\rangle$ vom Zettel ist dies:

$$= 1 - \frac{q^2}{6\hbar^2}\langle r^2\rangle.$$

Teil b ~~Dann~~ Auf dem Aufgabenzettel ist nach $\hbar$ und nicht $\hbar^2$ gefragt, das geht allerdings von den Einheiten nicht

Teil 6

$$F(q^2) = -\frac{1}{6}\frac{q^2 \langle r^2\rangle}{\hbar^2} \quad \Big| \frac{d}{dq^2}$$

$\Leftrightarrow$

$$F'(q^2) = -\frac{1}{6}\frac{\langle r^2\rangle}{\hbar^2}$$

$\Leftrightarrow$

$$\langle r^2\rangle = -\frac{1}{6\hbar^2} F'(q^2)\Big|_{q^2=0}$$

Da $F(q^2)$ linear in q^2 ist, gilt dies global, also auch ohne Reihenentwicklung. Die Reihenentwicklung wurde schon in Teil A vollzogen.

2,2

Übung 2

$$F(Q^2) = \frac{1}{1+\frac{Q^2}{\alpha^2\hbar^2}}$$

$$\langle r^2 \rangle = 4\pi \int dr\, r^4\, \rho(r).$$

Jetzt kann man ρ aus F mit Fouriertrafo bestimmen. Oder man nähert und nimmt die Formel aus Aufgabe 1b.

$$F'(Q^2) = \frac{-1}{\left(1+\frac{Q^2}{\alpha^2\hbar^2}\right)^2} \cdot \frac{1}{\alpha^2\hbar^2}$$

$$F'(0) = -\frac{1}{\alpha^2\hbar^2}$$

Bei $Q^2=0$ gilt die Formel aus 1b.

$$\langle r^2 \rangle = 6\frac{1}{\alpha^2}.$$

Jetzt setzt man noch die α ein

$$\langle r_\pi^2 \rangle = 0{,}440\ \text{fm}^2$$

$$\langle r_K^2 \rangle = 0{,}550\ \text{fm}^2$$

2/2