Vorbemerkung

Dies ist ein korrigierter Übungszettel aus dem Modul physik411.

Dieser Übungszettel wurde von einem Tutor korrigiert. *Dies bedeutet jedoch nicht, dass es sich um eine Musterlösung handelt. Weder ich, noch der Tutor implizieren, dass dieses Dokument keine Fehler enthält.*

Alle Übungszettel zu diesem Modul können auf http://martin-ueding.de/de/university/physik411/ gefunden werden.

[disclaimer]

physik 411 – Übung 12

Gruppe 2 – Florian Seidler

Martin Ueding

mu@uni-bonn.de

2013-07-11

Aus Zeitgründen diese Woche nicht in LaTeX.

b) Zweite Maxwellgleichung, laut dt. Wikipedia-Artikel:

$$\vec{\nabla}\,\vec{B} = 0$$

vierte Maxwellgleichung

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Berechne Rotation der Vierten:

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{\nabla} \times \vec{j} + \vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\underbrace{\vec{\nabla}\,\vec{\nabla}\vec{H}}_{=0 \text{ im linearen Medium, wo } \vec{B} \propto \vec{H} \text{ gilt}} - \Delta \vec{H} = \vec{\nabla} \times \vec{j} + \vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\frac{1}{\mu_0 \mu_r} \Delta \vec{B} + \nabla \times \vec{j} + \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0$$

c) Gegebene Gleichung:

$$P = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T dt \; \vec{\mathcal{E}}(t)\, \vec{J}(t)$$

Setze dort $\vec{\mathcal{E}}(t)$ ein:

$$P = \mathcal{E}_0 \vec{e}_x \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T dt \; \cos(kz-\omega t)\, \vec{J}(t)$$

Und noch $J(t)$, wobei ich dort wieder $\vec{\mathcal{E}}(t)$ ersetze.

$$P = \mathcal{E}_0^2 \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T dt \; \cos(kz-\omega t) \int_{-\infty}^{\infty} dt' \, \sigma_{ZB}(t-t') \cos(kz-\omega t')$$

Jetzt ist in der Aufgabenstellung aber nur $\sigma(\omega)$ und nicht $\sigma_{ZB}(t-t')$ gegeben. Der Zusammenhang sollte zwar in Teilaufgabe (a) hergestellt werden, aber der Teil ist als optional deklariert.

Ist der Teil also doch erforderlich?

d) Gegeben:

$$\varepsilon(\omega) = 1 + i\,\frac{\sigma(\omega)}{\varepsilon_0\,\omega}$$

$$n(\omega) = \sqrt{\varepsilon(\omega)}$$

$$n(\omega) = n_1(\omega) + i\,n_2(\omega)$$

$$\sigma(\omega) = \frac{\sigma_0}{1 - i\omega\tau}$$

$$\omega\tau \ll \omega_p\tau$$

$$\sigma_0 = \varepsilon_0\,\omega_p^2\,\tau$$

Setze das ganze zusammen ($\rightarrow$) und entwickle es um ω an der Stelle $\omega = 0$.

$$n(\omega)^2 = 1 + i\,\frac{1}{\varepsilon_0\,\omega}\,\frac{\varepsilon_0\,\omega_p^2\,\tau}{1 - i\omega\tau}$$

Vereinfachen:

$$= 1 + i\,\frac{\omega_p^2\,\tau}{\omega(1 - i\omega\tau)} \longrightarrow \omega - i\omega^2\tau$$

$$= 1 + i\,\frac{\omega_p^2}{-i\omega^2\tau + \omega}\,\tau$$

Wenn $\omega \to 0$ ist, kann das weg.

$$\approx 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} = 1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2$$

Ziehen der Wurzel:

$$n(\omega) = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2}$$

Entwickeln um $\omega = 0$ wird schwer, da

$$\lim_{\omega \to 0} n(\omega) = \infty i$$

Da ändert auch der Summand, den ich oben weggelassen habe, nichts dran.

g) Das Kristallpotential streut die Elektronen nicht, wenn es Bloch-Wellen sind.

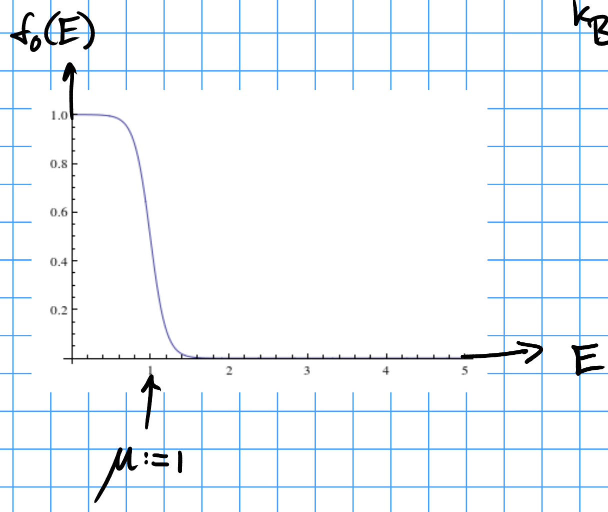
Wenn es hingegen Abweichungen von der perfekten Periodizität wie

- Fehlstellen
- Dotierungen
- Gitterschwingungen

gibt, kann es zu Streuungen kommen.

2

a) Skizze:



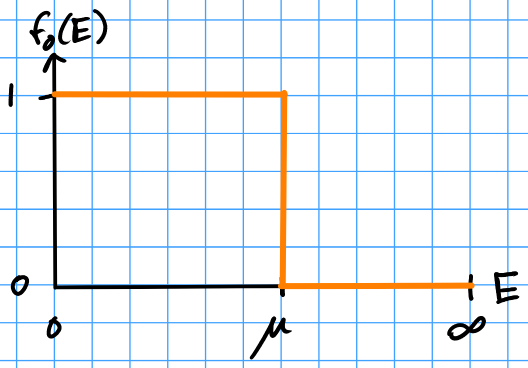
$k_B T = \frac{1}{10} \ll 1$

Die Verteilung ändert sich um μ herum am stärksten.

sic!

Im Intervall $[0, \infty]$ wird es schwer, außer ich benutze eine nichtlineare Transformation der E-Achse wie $1/1+E$, um ∞ noch mit drauf zu bekommen.

Bei $T=0$ sieht das ungefähr so aus:



Die Breite des Intervals bei $T>0$ lässt sich vielleicht aus der Steigung der Funktion bei μ abschätzen, oder wann 10% und 90% besetzt sind.

b) Wenn $f_1 \ll f_0$ gelten soll, und in der Gleichung

$$f - f_0 = - f_1$$

steht, muss f hauptsächlich aus f_0 bestehen (was es ja auch tut), der Rest ist dann f_1. Also müsste gelten:

$$\tilde{f}_1(\vec{p}) \exp(-i\omega t) = \frac{e\tau}{1-i\omega\tau} \vec{\mathcal{E}}_0 \frac{\partial f_0(E(\vec{p}))}{\partial \vec{p}} \exp(-i\omega t)$$

Die Ableitung:

$$\frac{\partial f_0(E(\vec{p}))}{\partial \vec{p}} = \frac{\partial E}{\partial \vec{p}} \frac{\partial f_0}{\partial E}$$

$$= \frac{|p|}{m} \frac{\partial f_0}{\partial E}(E(\vec{p}))$$