## Vorbemerkung

Dies ist ein abgegebener Übungszettel aus dem Modul physik411.

Dieser Übungszettel wurde nicht korrigiert. Es handelt sich lediglich um meine Abgabe und keine Musterlösung.

Alle Übungszettel zu diesem Modul können auf http://martin-ueding.de/de/university/bsc_physics/physik411/ gefunden werden.



[disclaimer]

physik 411 – Übung 12

Gruppe 2 – Florian Seidler

Martin Ueding
mu@uni-bonn.de

2013-07-11

Aus Zeitgründen diese Woche nicht in LaTeX.

b) Zweite Maxwellgleichung, laut dt. Wikipedia-Artikel:

$$\vec{\nabla} \vec{B} = 0$$

vierte Maxwellgleichung

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Berechne Rotation der Vierten:

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{\nabla} \times \vec{j} + \vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\underbrace{\vec{\nabla} \vec{\nabla} \vec{H}}_{=0 \text{ im linearen Medium, wo } \vec{B} \propto \vec{H} \text{ gilt}} - \Delta \vec{H} = \vec{\nabla} \times \vec{j} + \vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\frac{1}{\mu_0 \mu_r} \Delta \vec{B} + \nabla \times \vec{j} + \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0$$

c) Gegebene Gleichung:

$$P = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T dt \; \vec{\mathcal{E}}(t)\, \vec{J}(t)$$

Setze dort $\vec{\mathcal{E}}(t)$ ein:

$$P = \mathcal{E}_0 \vec{e}_x \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T dt \; \cos(kz-\omega t)\, \vec{J}(t)$$

Und noch $J(t)$, wobei ich dort wieder $\vec{\mathcal{E}}(t)$ ersetze.

$$P = \mathcal{E}_0^2 \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T dt \; \cos(kz-\omega t) \int_{-\infty}^{\infty} dt' \; \sigma_{ZB}(t-t')\, \cos(kz-\omega t')$$

Jetzt ist in der Aufgabenstellung aber nur $\sigma(\omega)$ und nicht $\sigma_{ZB}(t-t')$ gegeben. Der Zusammenhang sollte zwar in Teilaufgabe (a) hergestellt werden, aber der Teil ist als optional deklariert.

Ist der Teil also doch erforderlich?

d) Gegeben:

$$\varepsilon(\omega) = 1 + i\,\frac{\sigma(\omega)}{\varepsilon_0\,\omega}$$

$$n(\omega) = \sqrt{\varepsilon(\omega)}$$

$$n(\omega) = n_1(\omega) + i\,n_2(\omega)$$

$$\sigma(\omega) = \frac{\sigma_0}{1 - i\omega\tau}$$

$$\omega\tau \ll \omega_p\tau$$

$$\sigma_0 = \varepsilon_0\,\omega_p^2\,\tau$$

Setze das ganze zusammen ($\longrightarrow$) und entwickle es um $\omega$ an der Stelle $\omega = 0$.

$$n(\omega)^2 = 1 + i\,\frac{1}{\varepsilon_0\,\omega}\,\frac{\varepsilon_0\,\omega_p^2\,\tau}{1 - i\omega\tau}$$

Vereinfachen:

$$= 1 + i\,\frac{\omega_p^2\,\tau}{\omega(1 - i\omega\tau)} \longrightarrow \omega - i\omega^2\tau$$

$$= 1 + i\,\frac{\omega_p^2}{-i\omega^2\tau + \omega}\,\tau$$

Wenn $\omega \to 0$ ist, kann das weg.

$$\approx 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} = 1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2$$

Ziehen der Wurzel:

$$n(\omega) = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2}$$

Entwickeln um $\omega = 0$ wird schwer, da

$$\lim_{\omega \to 0} n(\omega) = \infty i$$

Da ändert auch der Summand, den ich oben weg-
gelassen habe, nichts dran.

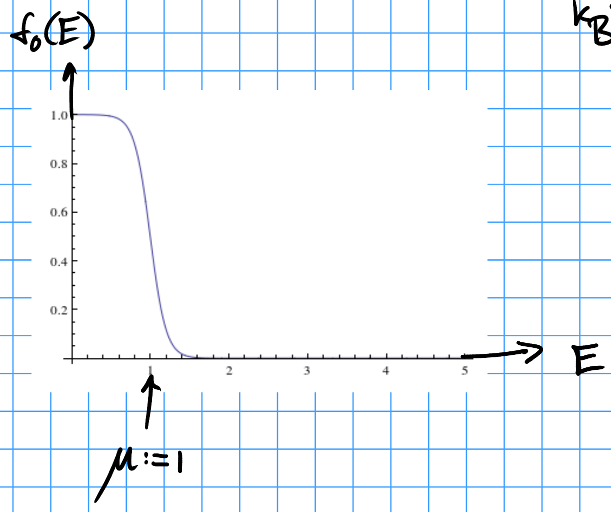
g) Das Kristallpotential streut die Elektronen nicht, wenn es Bloch-Wellen sind.

Wenn es hingegen Abweichungen von der perfekten Periodizität wie

- Fehlstellen
- Dotierungen
- Gitterschwingungen

gibt, kann es zu Streuungen kommen.

a) Skizze: $k_B T = \frac{1}{10} \ll 1$

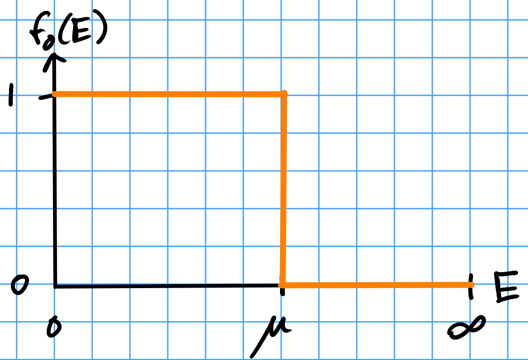



Die Verteilung ändert sich um $\mu$ herum am stärksten.

Im Intervall $[0, \infty]$ wird es schwer, außer ich benutze eine nichtlineare Transformation der E-Achse wie $1/1+E$, um $\infty$ noch mit drauf zu bekommen.

sic!

Bei $T = 0$ sieht das ungefähr so aus:




Die Breite des Intervals bei $T > 0$ lässt sich vielleicht aus der Steigung der Funktion bei $\mu$ abschätzen, oder wann 10% und 90% besetzt sind.

b) Wenn $f_1 \ll f_0$ gelten soll, und in der Gleichung

$$f - f_0 = - f_1$$

steht, muss $f$ hauptsächlich aus $f_0$ bestehen (was es ja auch tat), der Rest ist dann $f_1$. Also müsste gelten:

$$\tilde{f}_1(\vec{p})\,\exp(-i\omega t) = \frac{e\tau}{1-i\omega\tau}\,\vec{\mathcal{E}}_0\,\frac{\partial f_0(E(\vec{p}))}{\partial\vec{p}}\,\exp(-i\omega t)$$

Die Ableitung:

$$\frac{\partial f_0(E(\vec{p}))}{\partial\vec{p}} = \frac{\partial E}{\partial\vec{p}}\,\frac{\partial f_0}{\partial E}$$

$$= \frac{|\vec{p}|}{m}\,\frac{\partial f_0}{\partial E}(E(\vec{p}))$$