Vorbemerkung

Dies ist ein abgegebener Übungszettel aus dem Modul physik321.

Dieser Übungszettel wurde nicht korrigiert. Es handelt sich lediglich um meine Abgabe und keine Musterlösung.

Alle Übungszettel zu diesem Modul können auf http://martin-ueding.de/de/university/bsc_physics/physik321/ gefunden werden.

[disclaimer]

physik321 – Übung 10

Gruppe 8 – Julia Volmer

Martin Ueding — mu@uni-bonn.de

Simon Schlepphorst — s2@uni-bonn.de

2014-07-07

Aufgabe	H 10.1	H 10.2	$\sum$
Punkte	/ 20	/ 20	/ 40

H 10.1 elektrische Quadrupol- und magnetische Dipolstrahlung

Hier fehlen noch Inhalte.

H 10.2 Strahlung einer langsamen Punktladung

H 10.2.1 Ladungs- und Stromdichte

Wir haben eine Punktladung mit Ladung q an der Stelle $\boldsymbol{r}_0(t)$. Somit ist die Ladungsdichte:

$$\rho(\boldsymbol{r}, t) = q\delta^3\left(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0(t)\right)$$

Es fließt nur an der Stelle $\boldsymbol{r}_0$ Strom, so dass die Stromdichte sinnvollerweise ist:

$$\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r}, t) = \rho(\boldsymbol{r}, t)\boldsymbol{v}(t)$$

H 10.2.2 Potentiale in Lorenz-Eichung

Hier fehlen noch Inhalte.

H 10.2.3 Näherungen

Durch die Näherung $r \gg r_0$ werden die $\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0(t')$ Terme zu $\boldsymbol{r}$. Wir können außerdem die Geschwindigkeit zur Zeit t' direkt durch β_{ret} ausdrücken.

$$\Phi(\boldsymbol{r}, t) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r} \frac{1}{1 - \left\langle \frac{\boldsymbol{r}}{r}, \boldsymbol{\beta}_{\text{ret}} \right\rangle}$$

Oder mit Summenkonvention:

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r} \frac{1}{1 - \frac{r_b}{r}\beta^b_{\text{ret}}}$$

Diesen Ausdruck können wir nun wegen $v \ll c$ um $\boldsymbol{\beta}_{\text{ret}} = \mathbf{0}$ entwickeln. Den Term nullter Ordnung lesen wir ab, es ist $1/r$. Für den Term erster Ordnung bilden wir die erste Ableitung nach β^d (ohne Vorfaktor):

$$\frac{1}{r} \frac{\frac{r_b}{r}}{\left(1 - \frac{r_d}{r} \beta^b_{\text{ret}}\right)^2}$$

Wenn wir dies an der Stelle $\boldsymbol{\beta}_{\text{ret}} = \mathbf{0}$ auswerten, erhalten wir nur r_d/r^2. Mit allen Komponenten d zusammen erhalten wir den Vektor $\boldsymbol{r}$. Somit ist die Entwicklung:

$$\begin{aligned} &= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r} + \frac{r_b}{r^2} \beta^b_{\text{ret}} \right) + \mathcal{O}\left(\boldsymbol{\beta}^2_{\text{ret}}\right) \\ &= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r^2} \left\langle \boldsymbol{r}, \boldsymbol{\beta}_{\text{ret}} \right\rangle \right) + \mathcal{O}\left(\boldsymbol{\beta}^2_{\text{ret}}\right) \end{aligned}$$

Hier fehlen noch Inhalte.

H 10.2.4 Felder

Das elektrische Feld ist der negative Gradient des skalaren Potentials minus der Zeitableitung des $\boldsymbol{A}$-Feldes, so dass gilt:

$$\boldsymbol{E} = -\boldsymbol{\nabla}\Phi - \dot{\boldsymbol{A}}$$

Wir bilden den zuerst den Gradienten des entwickelten skalaren Potentials:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{E} &= -\boldsymbol{\nabla}\Phi \\ &= -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \boldsymbol{\nabla} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r^2} \left\langle \boldsymbol{r}, \boldsymbol{\beta}_{\text{ret}} \right\rangle + \mathcal{O}\left(\boldsymbol{\beta}^2_{\text{ret}}\right) \right) \end{aligned}$$

Dabei werden wir den $\boldsymbol{\nabla}$-Operator in Kugelkoordinaten benutzen.

$$\begin{aligned} &= -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\hat{\mathbf{e}}^r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \hat{\mathbf{e}}^\theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin\theta} \hat{\mathbf{e}}^\phi \frac{\partial}{\partial \phi} \right) \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r^2} \left\langle \boldsymbol{r}, \boldsymbol{\beta}_{\text{ret}} \right\rangle + \mathcal{O}\left(\boldsymbol{\beta}^2_{\text{ret}}\right) \right) \\ &= -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \left(-\frac{1}{r^2} \hat{\mathbf{e}}^r + \left(\hat{\mathbf{e}}^r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \hat{\mathbf{e}}^\theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin\theta} \hat{\mathbf{e}}^\phi \frac{\partial}{\partial \phi} \right) \left(\frac{1}{r^2} \left\langle \boldsymbol{r}, \boldsymbol{\beta}_{\text{ret}} \right\rangle + \mathcal{O}\left(\boldsymbol{\beta}^2_{\text{ret}}\right) \right) \right) \end{aligned}$$

Terme der Ordnung $1/r^2$ lassen wir fallen.

$$\begin{aligned} &= -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\hat{\mathbf{e}}^r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \hat{\mathbf{e}}^\theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin\theta} \hat{\mathbf{e}}^\phi \frac{\partial}{\partial \phi} \right) \frac{1}{r^2} \left\langle \boldsymbol{r}, \boldsymbol{\beta}_{\text{ret}} \right\rangle + \mathcal{O}\left(\frac{1}{r^2} \right) \\ &= -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\hat{\mathbf{e}}^r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \hat{\mathbf{e}}^\theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin\theta} \hat{\mathbf{e}}^\phi \frac{\partial}{\partial \phi} \right) \frac{1}{r^2} \hat{\mathbf{e}}_a \beta^a_{\text{ret}} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{r^2} \right) \end{aligned}$$

Hier fehlen noch Inhalte.

Den Summanden $\dot{\boldsymbol{\beta}}_{\mathrm{ret}}$ erhalten wir durch $\dot{\boldsymbol{A}}$.

$$
\begin{aligned}
&= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}\left(\dot{\beta}^r_{\mathrm{ret}}\hat{\boldsymbol{e}}^r + \dot{\boldsymbol{\beta}}_{\mathrm{ret}}\right) + \mathcal{O}\left(\frac{1}{r^2}\right) \\
&= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}\left(\hat{\boldsymbol{e}}^r\left\langle\hat{\boldsymbol{e}}^r, \dot{\boldsymbol{\beta}}_{\mathrm{ret}}\right\rangle + \dot{\boldsymbol{\beta}}_{\mathrm{ret}}\right) + \mathcal{O}\left(\frac{1}{r^2}\right) \\
&= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}\left(\hat{\boldsymbol{e}}^r\left\langle\hat{\boldsymbol{e}}^r, \dot{\boldsymbol{\beta}}_{\mathrm{ret}}\right\rangle + \dot{\boldsymbol{\beta}}_{\mathrm{ret}}\left\langle\hat{\boldsymbol{e}}^r, \hat{\boldsymbol{e}}^r\right\rangle\right) + \mathcal{O}\left(\frac{1}{r^2}\right) \\
&= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}\hat{\boldsymbol{e}}^r \times \left(\hat{\boldsymbol{e}}^r \times \dot{\boldsymbol{\beta}}_{\mathrm{ret}}\right) + \mathcal{O}\left(\frac{1}{r^2}\right)
\end{aligned}
$$

Hier fehlen noch Inhalte.

H 10.2.5 Polarisierung

Hier fehlen noch Inhalte.