Vorbemerkung

Dies ist ein korrigierter Übungszettel aus dem Modul physik311.

Dieser Übungszettel wurde von einem Tutor korrigiert. *Dies bedeutet jedoch nicht, dass es sich um eine Musterlösung handelt. Weder ich, noch der Tutor implizieren, dass dieses Dokument keine Fehler enthält.*

Alle Übungszettel zu diesem Modul können auf http://martin-ueding.de/de/university/bsc_physics/physik311/ gefunden werden.

Sofern im Dokuments nichts anderes angegeben ist: Dieses Werk von Martin Ueding ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung - Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International Lizenz.

[disclaimer]

physik311 – Übung 9

Gruppe 3 – Matthias Rehberger

Martin Ueding
mu@uni-bonn.de

2012-12-14

Aufgabe	30	31	32	$\sum$
Punkte	✓	✓	✓	100%

Es gibt zwei Aufgaben 30, die zweite Aufgabe 30 sollte wohl 31, und die Aufgabe 31 eigentlich 32 sein. ✓

30 Beugung am Mehrfachspalt

30a Verlauf der Funktion

Der Verlauf der Funktion ist in Abbildung 1 und 2 gezeigt. Für $b \ll aN$ kann der erste Term genähert werden und wird 1. Dies sollte unendlich dünnen Spalten entsprechen. Für den zweiten Fall sind die Beugungsbilder der einzelnen Spalte zu erkennen, als auch die Maxima durch den Doppelspalt.

Ok!

30b Maxima des Gitters

Die Beugung an den einzelnen Spalten erzeugt nur ein Hauptmaximum, weitere Hauptmaxima liegen aufgrund der unendlichen Spaltzahl im Einzelspalt unendlich weit auseinander.

Es bleiben also die Maxima des Gitters selbst als Maxima. Ein Maximum tritt immer dann ein, wenn im letzten Term Zähler und Nenner gegen 0 gehen. Es muss also gelten:

$$\frac{ka}{2}\sin\Theta = n\pi \iff \Theta = \arcsin\left(\frac{2n\pi}{ka}\right)$$

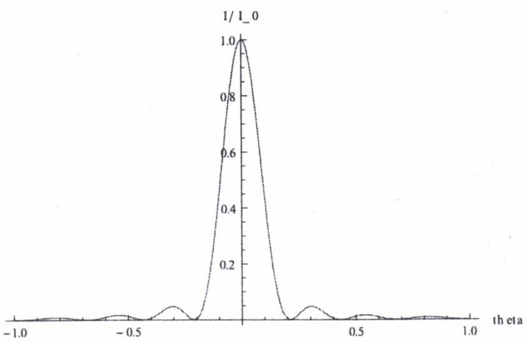

Abbildung 1: $k = 300, b = 0.1, a = 3, N = 1$

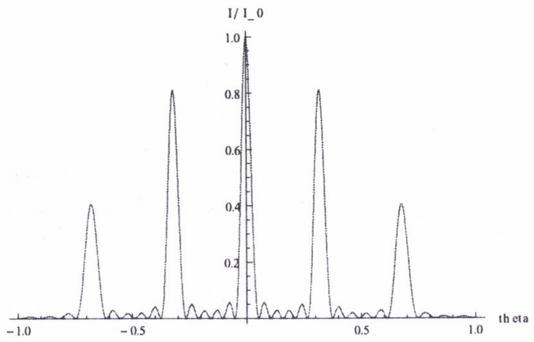

Abbildung 2: $k = 5, b = 1, a = 4, N = 6$

Die Spaltzahl $N = 1000$ ist hier noch egal, die Spaltbreite $b = 1500$ nm auch. Der Abstand $a = 6000$ nm sowie die Wellenlänge $\lambda = 500$ nm sind entscheidend. Die Wellenzahl ist:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Dies setze ich ein:

$$\Theta = \arcsin\left(\frac{n\lambda}{a}\right)$$

Dann setze ich $n = 0, 1, 2$ ein und erhalte:

$$\Theta_0 = 0 \text{ rad}$$
$$\Theta_1 = 0.0834301 \text{ rad}$$
$$\Theta_2 = 0.167448 \text{ rad} \quad ✓$$

30c Minima

Für die Minima ist die Spaltanzahl jetzt wichtig. Minima entstehen, wenn einer der Zähler 0 wird, der Nenner allerdings nicht. Dabei kann nur der zweite Zähler alleine 0 werden. Denn der erste Zähler ist genau der zweite Nenner.

$$N\frac{ka}{2}\sin\Theta = n\pi \quad \wedge \quad \frac{ka}{2}\sin\Theta \neq m\pi$$

$$\Theta = \arcsin\left(\frac{n\lambda}{Na}\right) \quad \wedge \quad \frac{n}{N} \notin \mathbb{Z}$$

~~Sondern das~~

ungewöhnlich, aber scheint zu klappen...

Gesucht sind jetzt $n = 1, 1000 \pm 1, 2000 \pm 1$.

$$\Theta'_1 = 0 \text{ rad} \quad (\neq 8{,}33 \cdot 10^{-5} \text{ rad})$$
$$\Theta'_{999} = 0.0835137 \text{ rad} \quad ✓$$
$$\Theta'_{1001} = 0.0833465 \text{ rad} \quad ✓$$
$$\Theta'_{1999} = 0.167364 \text{ rad} \quad ✓$$
$$\Theta'_{2001} = 0.167533 \text{ rad} \quad ✓$$

30d Wellenlänge

In das 0. Maximum wird immer gebrochen, da ist wie Wellenlänge irrelevant. Für das erste Maximum setze ich an:

$$\Theta = \arcsin\left(\frac{\lambda'_1}{a}\right) = 0.0833465 \text{ rad}$$

Ich erhalte $\lambda'_1 = 500.5$ nm. Analog erhalte ich für das zweite Maximum $\lambda'_2 = 500.251$ nm.

Somit sind die spektralen Auflösungen:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 0.001$$
$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 0.0005021$$

ok!

Es gilt also:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{nN}$$

30e Reflexionsgitter

Bei einem Reflexionsgitter sind die Reflexstreifen ähnlich wie beim durchlassenden Gitter wieder Lichtquellen, die Kugelwellen ausstrahlen, da sie so klein sind. Die Geometrie hat dann zwar einen Knick, ist ansonsten ähnlich, sogar kongruent.

31 Stufengitter

31a Lage der Extremstellen

Aus der Zeichnung in Abbildung 3 kann ich folgende Relation ablesen:

$$\frac{d}{\frac{\Delta s}{2}} = \cos\left(\frac{\Theta}{2}\right)$$

Dies stelle ich nach Δs um und setze es gleich $n\lambda$ für die konstruktive Interferenz:

$$n\lambda = 2d\sec\left(\frac{\Theta}{2}\right) \iff \Theta_{\max} = 2\arccos\left(\frac{2d}{n\lambda}\right)$$

Für das Minimum ähnlich:

$$\left(n+\frac{1}{2}\right)\lambda = 2d\sec\left(\frac{\Theta}{2}\right) \iff \Theta_{\min} = 2\arccos\left(\frac{2d}{\left(n+\frac{1}{2}\right)\lambda}\right)$$

Der wichtige Trick ist nun, dass bei das nullte Maximum nicht bei $n=0$ liegen kann. Dieses sollte bei $\Theta_{\max} = 0$ rad liegen, somit muss das Argument des arccos gleich 1 sein: Sehr gut!

$$1 = \frac{2d}{n\lambda} \implies n = 1000$$

Also müssen die Ordnungszahlen $k = 0, 1, \ldots$ umgerechnet werden mit $n = 1000 + k$.

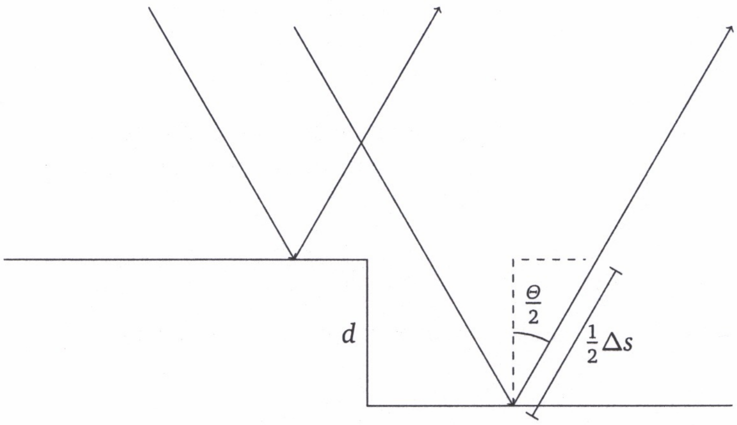

Abbildung 3: Skizze zum Stufengitter

31b Einsetzen, Nachbarn

Das 500. Maximum ist also dann das mit der Nummer $n = 1500$. Dies setze ich in Θ_{max} ein und erhalte:

$$\Theta_{max} = 1.68214 \text{ rad}$$ $= 96,3795°$

Die Minima erhalte durch Einsetzen von $n = 1499$ und $n = 1500$ in die Formel für die Minima:

$$\Theta_{min} = 1.68273 \text{ rad}, \quad \Theta'_{min} = 1.68154 \text{ rad}$$

Ich setze das erste Minimum in die Formel für das Maximum ein und löse das ganze nach λ auf:

$$\cos\left(\frac{\Theta_{min}}{2}\right) = \frac{2d}{n\lambda'} \implies \lambda' = \frac{3001}{4000000}\frac{1}{n}$$

Dort setze ich das gegebene λ der Aufgabenstellung ein und erhalte für n:

$$n = 1500.5$$

Da nur ganzzahlige n erlaubt sind, muss ich runden. Für $n = 1501$ ist $\lambda' = 499.833$ nm und der Abstand $|\lambda' - \lambda| = 16.656$ nm minimiert.

31c spektrale Auflösung

Damit kann ich die spektrale Auflösung bestimmen:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{16.656}{500} = 0.033312$$

32 michelsonsches Sterninterferometer

32a Interferenzmuster für einen Stern

Der erste Stern liegt bei $\phi = 0$, so dass sich durch den vorderen Aufbau kein Gangunterschied ergibt. Vom vorherigen Zettel übernehme ich die Formel für die Intensität zweier Wellen im Doppelspalt. Dabei kann ich anscheinend θ als klein annehmen, wie in der Zeichnung gezeigt. ok!

$$I = I_0 \sin^2\left(\frac{b2\pi}{\lambda}\theta\right)\csc^2\left(\frac{b\pi}{\lambda}\theta\right)$$

32b Warum interferiert das Licht der Sterne nicht miteinander?

Das Licht der beiden Sterne interferiert nicht untereinander, weil das Licht kohärent sind, die Sterne sind thermische Strahler.

32c Beide Sterne

Bei $h \to 0$ entspricht der Versuch dem normalen Doppelspalt, daher ist nur die Wellenlänge λ entscheidend. Da aus den Spalten Kugelwellen ausgesendet werden, spielt die ursprüngliche Richtung keine Rolle.

Für $h \neq 0$ bekommt der zweite Stern einen zusätzlichen Gangunterschied von $h\phi$ hinzu. Wenn nun bei $h = 5$ m kein Interferenzmuster mehr zu erkennen ist, dann liegen die Maxima des einen Sterns in den Minima des anderen Sterns. Dazu muss $h\phi k = \pi$, also $h\phi 2\pi/\lambda = \pi$ gelten. Ich stelle um und erhalte:

$$\phi = \frac{\lambda}{2h} = 50 \text{ nrad}$$