Vorbemerkung

Dies ist ein korrigierter Übungszettel aus dem Modul physik311.

Dieser Übungszettel wurde von einem Tutor korrigiert. *Dies bedeutet jedoch nicht, dass es sich um eine Musterlösung handelt. Weder ich, noch der Tutor implizieren, dass dieses Dokument keine Fehler enthält.*

Alle Übungszettel zu diesem Modul können auf http://martin-ueding.de/de/university/bsc_physics/physik311/ gefunden werden.

[disclaimer]

physik311 – Übung 8

Gruppe 3 – Matthias Rehberger

Martin Ueding
mu@uni-bonn.de

2012-12-05

Aufgabe	27	28	29	Σ
Punkte	✓	✓10✓	✓	94,4 %

27 Newtonringe

27a Herleitung der Formel

Falls in dieser Aufgabe auch die Herleitung der Formel gefragt war: [1]

Die brechende Wirkung der Linse kann ich vernachlässigen, da der Krümmungsradius sehr groß ist. In Abbildung 1 habe ich einige Strecken benannt. Da das Licht nahezu senkrecht einfällt, ist die Strecke, die das Licht in der Luft nach der Linse zurücklegt, $2d$. Strahlen, die innen in der Linse reflektiert werden, legen keinen Weg in Luft zurück. Die Reflexion an der Glasplatte ist allerdings am optisch dichteren Medium, somit kommt noch eine Phasenverschiebung um π dazu. Das entspricht einem Mehrweg von $\lambda/2$. Die Reflexion innen in der Linse erzeugt keine Phasenverschiebung.

Der Gangunterschied (also der Mehrweg des ersten Strahls) muss gerade ein ungerades Vielfache der halben Wellenlänge sein, damit es zur Auslöschung kommt:

$$2d + \frac{\lambda}{2} = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda \iff 2d = n\lambda \quad ✓$$

Nun soll noch d durch r ausgedrückt werden. Dazu benutze ich den Höhensatz. Das rechtwinklige Dreieck ist das Große, dass den rechten Winkel auf dem Kreis hat (Satz des Thales). Dann gilt:

$$d(2R - d) = r^2$$

Aufgrund des großen Krümmungsradius kann dies genähert werden zu:

$$2dR = r^2$$

Dies setze ich ein und stelle nach r um. Ich erhalte:

$$r = \sqrt{\lambda n R} \quad ✓$$

27b Einsetzen der Werte

Ich setze in die Formel $r = \sqrt{\lambda n R}$ ein und erhalte den Radius des n-ten Ringes:

$$r = \sqrt{n} \cdot 2.19317\,\text{mm}$$

Nun setze ich $r = 2$ cm ein und löse nach n auf. Ich erhalte $n = 83.16$. Es gibt also 83 Ringe. ✓

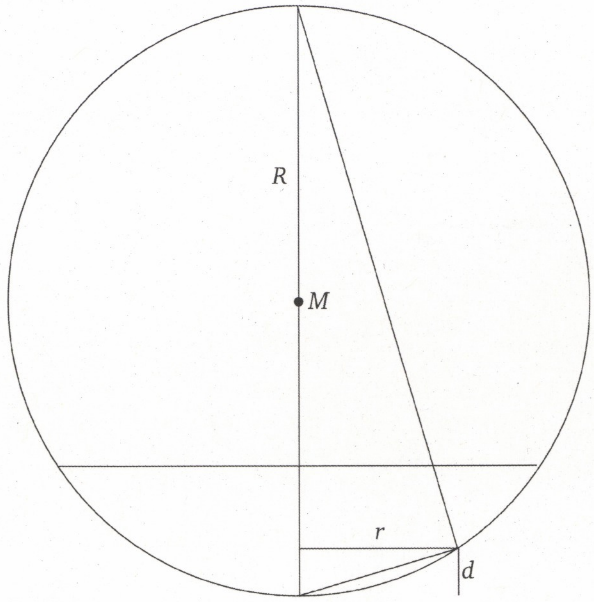

Abbildung 1: Skizze zur Herleitung der Newtonringe

28 Fabry-Perot Resonator

28a Abstand und Reflektivitäten

Den Abstand d kann ich über den freien Spektralbereich bestimmen, dabei ist $n = 1$:

$$\Delta f = \frac{c}{2dn} \implies d = 74.9481\ \mathrm{cm}$$

✓

Die Reflektivität R kann ich über die Finesse $\mathscr{F}$ bestimmen:

$$\mathscr{F} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \implies R = 0.989583$$

✓

28b Leistungsüberhöhung

Bei einer Finesse von 300 sollte die Leistung im Resonator 300 W sein.

Warum? Wie kommst du auf 300W?

28c Speicherzeit

Pro Reflexion verliert der Resonator einen Anteil von 1/300 seiner Strahlen. Somit gilt für die Stahlenanzahl im Resonator:

Wie kann das sein, wenn $R \approx 0{,}99$?

?

$$\dot{n} = -\frac{1}{300} n$$

Dies wird gelöst durch:

$$n(k) = n(0)\mathrm{e}^{-k/300}$$

Der Wert $1/\mathrm{e}$ ist genau dann erreicht, wenn $k = 300$, also nach 300 Reflexionen.

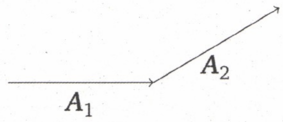

Abbildung 2: Zeigerdiagram für die Phasenverschiebung

Mit der Lichtgeschwindigkeit c und dem Spiegelabstand d entspricht dies einer Zeit von:

$$t = \frac{kd}{c} = \frac{k}{2n\Delta f} \implies t = 75\,\mathrm{ns}$$

Dies ist auch gleich der Zusammenhang zwischen t und Δf.

29 das Michelsoninterferometer

29a Intensitäten

Ich gehe davon aus, dass die Dicke des Strahlteilers zu vernachlässigen ist. Der Gangunterschied alleine wird eine Phasenverschiebung δ des zweiten Strahls gegenüber dem ersten hervorrufen. Dabei ist $k = \omega/c$ die Wellenzahl in rad/m.

$$\delta = k\underbrace{(s_2 - s_1)}_{g}$$

Der erste Strahl wird vom Strahlteiler nicht verschoben. Beim Detektor wir dieser Strahl ohne weitere Phasenverschiebung durch den Strahlteiler ankommen, der zweite Strahl wird jedoch am optisch dichteren Medium reflektiert und bekommt somit eine Verschiebung von π dazu. Die relative Phase zwischen den beiden Strahlen ist dann um π großer.

Beim Laser kommt es anders an, dort wurde der erste Strahl wieder am optisch dünneren Medium reflektiert und somit nicht phasenverschoben. Der zweite Strahl wird jedoch gar nicht am Strahlteiler reflektiert, somit entfällt die Phasenverschiebung.

Die Amplituden $\boldsymbol{A}_i$ der beiden Strahlen addieren sich vektoriell, wie in Abbildung 2 dargestellt. Die Intensität ist die Summe der Amplituden zum Quadrat. Somit gilt:

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}_1 + \boldsymbol{A}_2 = A_0\left(\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\cos(\delta)\\ \sin(\delta)\end{pmatrix}\right)$$

Das Quadrat ist:

$$I = A_0^2\left((1+\cos(\delta))^2 + \sin^2(\delta)\right) = 2A_0^2\,(1+\cos(\delta))$$

Die Intensität kann sich also verdoppelt oder auslöschen.

Beim Detektor wird also folgende Intensitätsverteilung ankommen. Dabei habe ich $\cos(x+\pi) = -\cos(x)$ benutzt:

$$I(g) = 2A_0^2\left(1 - \cos(kg)\right)$$

Beim Spiegel:

$$I(g) = 2A_0^2\left(1 + \cos(kg)\right)$$

OK!

29b Verkippung

Ich verkippe den *Spiegel 1*, den *Spiegel 2* lasse ich stehen. Der Verkippungswinkel ψ des Wellenvektors wird durch eine Verkippung des Spiegels um $\psi/2$ erreicht.

Bisher sind die beiden Wellen in Winkel von $\pi/2$ aufeinander getroffen. Das heißt, dass entlang der teilreflektierenden Seite, die genau im $\pi/4$ Winkel zu den beiden Strahlen liegt, beide Strahlen die gleiche Wellenzahl haben und somit das Interferenzmuster konstant ist.

Ich parametrisiere die teilreflektierende Kante ihrer Länge nach mit der Koordinate a. Für die noch nicht verkippten Strahlen gilt dann für deren Phase ϕ mit Wellenzahl k:

$$\phi_1(a) = \phi_1(0) + \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) ak, \quad \phi_2(a) = \phi_2(0) + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) ak$$

Interessant ist die Phasendifferenz der beiden Wellen:

$$\Delta\phi(a) = \phi_2(0) - \phi_1(0) + \left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) ak = \Delta\phi(0)$$

Wie schon vorher überlegt, hängt die Phasendifferenz (und damit die Intensität der erzeugten Welle) nicht vom Ort a ab. Mit der Verkippung um ψ gilt jetzt:

$$\phi_1(a) = \phi_1(0) + \sin\left(\frac{\pi}{4} + \psi\right) ak, \quad \phi_2(a) = \phi_2(0) + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) ak$$

Jetzt ist die Differenz nicht mehr konstant:

$$\begin{aligned}\Delta\phi(a) &= \phi_2(0) - \phi_1(0) + \left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4} + \psi\right)\right) ak \\ &= \Delta\phi(0) + \left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\cos(\psi) - \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\sin(\psi)\right) ak\end{aligned}$$

Praktischerweise sind $\cos(\pi/4)$ und $\sin(\pi/4)$ gleich, so dass ich beides ausklammern kann.

$$= \Delta\phi(0) + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\left(1 - \cos(\psi) - \sin(\psi)\right) ak$$

Nun addiere ich wieder die beiden Wellen mit Phase 0 und $\Delta\phi(a)$ um die Amplitude der resultierende Welle zu erhalten. Dabei benutze ich die Formel, die ich vorher schon für die Intensität hatte:

$$I(a) = 2A_0^2\left(1 + \cos\left(\Delta\phi(0) + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\left(1 - \cos(\psi) - \sin(\psi)\right) ak\right)\right)$$

Ok!

Die Funktion $I(a)$ ist in Abbildung 3 und 4 geplottet.

Literatur

[1] Newtonsche Ringe. https://de.wikipedia.org/wiki/Newtonsche_Ringe.

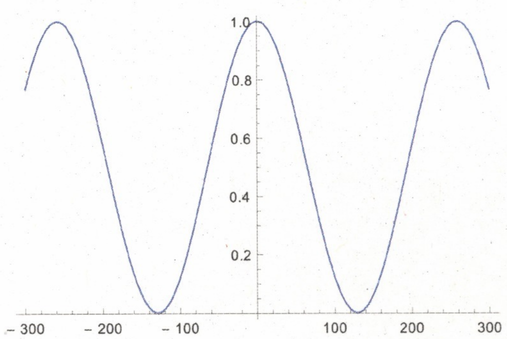

Abbildung 3: Interferenzmuster, I gegen a. Es ist ein bestimmter Verkippungswinkel ψ ist eingestellt, der Gangunterschied $\Delta\phi(0)$ ist gleich 0.

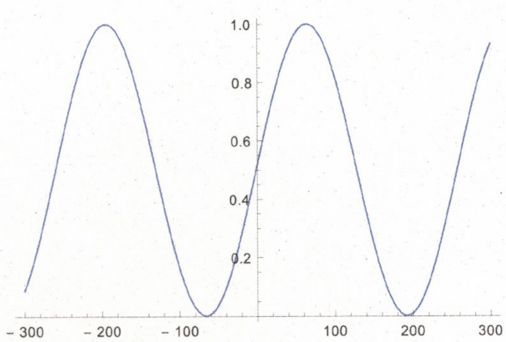

Abbildung 4: Interferenzmuster, I gegen a. Gangunterschied $\Delta\phi(0) \neq 0$.