Vorbemerkung

Dies ist ein korrigierter Übungszettel aus dem Modul physik311.

Dieser Übungszettel wurde von einem Tutor korrigiert. *Dies bedeutet jedoch nicht, dass es sich um eine Musterlösung handelt. Weder ich, noch der Tutor implizieren, dass dieses Dokument keine Fehler enthält.*

Alle Übungszettel zu diesem Modul können auf http://martin-ueding.de/de/university/bsc_physics/physik311/ gefunden werden.

[disclaimer]

physik311 – Übung 2

Gruppe 3

Martin Ueding
mu@uni-bonn.de

2012-10-26

5	6	7	8
✓	✓	✓	0/0/✓

91,7%

5 Phasenverschiebung

5.1 Form

Die Lichtgeschwindigkeit ist innerhalb der Glasplatte um n kleiner, als in der Umgebung. Die Welle hat im Vakuum eine Wellenzahl von:

$$k_1 = \frac{\omega}{c}$$

Bei einer Glasdicke von Δx würde die Welle bei voller Geschwindigkeit (also $n = 1$) um ϕ_1 oszillieren:

$$\phi_1 = k_1 \Delta x = \frac{\omega}{c} \Delta x$$

In der Glasplatte verändert sich allerdings die Wellenzahl zu:

$$k_n = \frac{\omega n}{c}$$

In der Glasdicke können nun also mehr Schwingungen im gleichen Raum statt finden, weil die räumliche Frequenz k_n größer als k_1 ist:

$$\phi_n = k_n \Delta x = \frac{\omega n}{c} \Delta x$$

✓ Phasenverschoben

Somit ist die Welle also um $\phi_n - \phi_1$:

$$\phi = \frac{\omega}{c}(n-1)\Delta x$$

Diese Phasenverschiebung lässt sich in der komplexen Schreibweise darstellen als Vorfaktor:

$$\exp\left(-\mathrm{i}\phi\right) = \exp\left(-\mathrm{i}\frac{\omega}{c}(n-1)\Delta x\right)$$

Somit ist die Welle:

$$E = E_0 \exp\left(-\mathrm{i}\left(\omega t - kx - k(n-1)\Delta x\right)\right)$$

Die Polarisation ist also um $\Delta \phi$ weitergedreht worden, im Vergleich zur unbeeinflussten Ausbreitung.

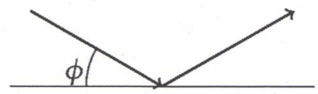

Abbildung 1: Skizze zur Fata Morgana

5.2 Vereinfachungen

Für den Fall $n \approx 1$ und $\Delta x \ll 1$ wird die Welle wieder zur vorherigen Welle, kann die Exponentialfunktion entwickelt werden:

$$E = E_0 \exp\left(-\mathrm{i}(\omega t - kx)\right)\left(1 + -\mathrm{i}\frac{\omega}{c}(n-1)\Delta x\right)$$

Was ist mit der Phase?

Für $(n-1)\Delta x \approx 0$ kommt wieder die vorherige Welle heraus.

6 Fata Morgana

6.1 kritischer Winkel

Gegeben ist, dass $(n-1) \propto \rho$ ist. Aus der idealen Gasgleichung kann man $\rho \propto T^{-1}$ ableiten. Somit folgt:

$$(n-1) \propto \frac{1}{T}$$

Der Brechungsindex der unteren Luftschicht ist demnach:

$$n_2 = (n-1)\frac{T}{\Delta T + T} + 1$$

Wenn der durchgehende Strahl im Winkel $\pi/2$ rad gebrochen wird, ist der kritische Winkel erreicht. Somit gilt nach dem Brechungsgesetz, in das $\sin(\pi/2) = 1$ eingesetzt wurde:

$$\begin{aligned}
\sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right) &= \frac{n_2}{n} \\
\cos(\phi) &= \frac{n_2}{n} \\
1 - \frac{\phi^2}{2} &= \frac{(n-1)\frac{T}{\Delta T+T} + 1}{n}
\end{aligned}$$

Da $(n-1) \ll 1$ gelten soll, kann ich den Nenner entfallen lassen.

$$\begin{aligned}
1 - \frac{\phi^2}{2} &= (n-1)\frac{T}{\Delta T + T} + 1 \\
\phi^2 &= 2(1-n)\frac{T}{\Delta T + T} \\
\phi &= \sqrt{2(1-n)\frac{T}{\Delta T + T}}
\end{aligned}$$

Wie es jetzt allerdings weiter geht, weiß ich nicht.

6.2 Abstand

Bei $\phi = 0.00447214$ rad und einer Höhe von $h := 1.8$ m ist der Abstand $d = \cot(\phi)h = 402.49$ m.

Ok!

7 Licht als elektromagnetische Welle

7.1 Feldstärken

Die Lichtintensität I ist der Betrag des Poyntingvektors $\boldsymbol{S}$:

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}$$

Die gegebene Intensität ist wahrscheinlich ein Effektivwert, so dass ich hier ebenfalls mit den Effektivwerten rechne.

$$I = EH$$
$$I = E\frac{1}{\mu_0}B$$

Dabei gilt für E und H in der elektromagnetischen Welle $E = cB$.

$$I = \frac{1}{c\mu_0}E^2$$
$$\sqrt{I\mu_0 c} = E = 61.3784\,\mathrm{V/m}$$
$$B = 2.04736 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{T}$$

7.2 Frequenz

Die Frequenz von Licht ist:

$$c = f\lambda, \quad f = 5.99 \cdot 10^{14}\,\mathrm{Hz}$$

Eine Periode dauert $T = \frac{1}{f} = 1.67 \cdot 10^{-15}$ s. Direkt auf einem Oszilloskop lässt sich dies nicht beobachten, dort ist bei einigen GHz Schluss. Vergleichen könnte man eine derartige Frequenz mit dem Frequenzkamm. Im Vergleich zu alltäglichen Vorgängen ist eine Oszillation absurd kurz. Es gibt allerdings gepulste Laser, die im as Bereich agieren, dagegen oszilliert das Licht langsam. Gegen die Plankzeit ist die Periode gigantisch.

8 Strahlenablenkung durch ein Prisma

8.1 Ablenkwinkel δ

Die Brechungswinkel im Inneren des Prismas seien θ_1' und θ_2'. Folgende Beziehungen lassen sich aus der Geometrie ableiten:

$$\theta_1 + \theta_2 + \pi - \delta + \pi - \alpha = 2\pi, \quad \theta_1' + \theta_2' = \quad , \quad \frac{\sin\left(\theta_1'\right)}{\sin\left(\theta_1\right)} = n = \frac{\sin\left(\theta_2'\right)}{\sin\left(\theta_2\right)}$$

Daraus lässt sich *irgendwie* die gesuchte Beziehung herleiten: definiere 'irgendwie'

$$\delta = \theta_1 - \alpha + \arcsin\left(\sin(\alpha)\sqrt{n^2 - \sin^2\left(\theta_1\right)} - \cos(\alpha)\sin\left(\theta_1\right)\right)$$

8.2 minimales δ

Beim symmetrischen Durchgang durch das Prisma wird das Licht am wenigsten gebrochen. Kommt es steiler auf der einen Seite rein, wird es dafür auf der anderen Seite stärker gebrochen und umgekehrt. Dies ist besonders im Grenzfall $\alpha \to 0$ zu beobachten.

Der minmale Ablenkwinkel ist gegeben durch: Ansatz?

$$\delta_{\text{min}} = 2 \arcsin\left(n \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)$$

Für das minimale δ gilt dann:

$$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{2}\left(\delta_{\text{min}} + \alpha\right)$$

8.3 konkrete Werte

n	1.5130	1.5067	1.5246
δ_{min}	1.71589 rad	1.70628 rad	1.73372 rad
θ_1	1.38154 rad	1.37674 rad	1.39046 rad

Faktor 2 zu groß

komisch

Tabelle 1: verschiedene Werte für n eingesetzt