Vorbemerkung

Dies ist ein abgegebener Übungszettel aus dem Modul physik221.

Dieser Übungszettel wurde nicht korrigiert. Es handelt sich lediglich um meine Abgabe und keine Musterlösung.

Alle Übungszettel zu diesem Modul können auf http://martin-ueding.de/de/university/bsc_physics/physik221/ gefunden werden.

[disclaimer]

physik221Übung 6
Tutor: Franz Niecknig

Martin Ueding
mu@uni-bonn.de

Thore Daunicht

Christoph Hansen

17. Mai 2012

Aufgabe	H.12	H.13	Σ
Punkte	/ 8	/ 12	/ 20

Aufgabe H.12 Anwendung des Noethertheorems

Eine Lösung für den harmonischen Oszillator ist:

$$x(t) = \hat{x}\cos(\omega t)$$

Aufgabe H.12a Lagrangefunktion invariant

Da der Oszillator in x-Richtung schwingt, gehen wir davon aus, dass die Schwerkraft keine Rolle spielt. Somit gilt für die Lagrangefunktion:

$$L = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 - \frac{1}{2}Dx^2$$

Dies transformieren wir nun mit $x \mapsto x'$. Dabei ist die Ableitung $\dot{x}'$ gegeben durch:

$$\dot{x}' = \dot{x} - \alpha\omega\sin(\omega t)$$

Dies setzen wir in die Lagrangefunktion ein:

$$L' = \frac{1}{2}m\left(\dot{x}' + \alpha\omega\sin(\omega t)\right)^2 - \frac{1}{2}D\left(x' - \alpha\cos(\omega t)\right)^2$$

Daraus folgt sofort:

$$L' = \frac{1}{2}m\dot{x}'^2 - \frac{1}{2}Dx'^2 + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}F(x', t, \alpha)$$

Mit:

$$F(x', t, \alpha) = \alpha m\omega x'\sin(\omega t) + \mathcal{O}(\alpha^2)$$

Aufgabe H.12b Erhaltungsgröße

Die Erhaltungsgröße ist:

$$J = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\frac{\partial(x' - \alpha\cos(\omega t))}{\partial\alpha} - \left.\frac{\partial F}{\partial\alpha}\right|_{\alpha=0} = -m(\dot{x}\cos(\omega t) + \omega x\sin(\omega t))$$

Die Kenntnis der $\mathcal{O}(\alpha^2)$ Terme ist irrelevant, da diese bei der Ableitung an der Stelle $\alpha = 0$ verschwinden.

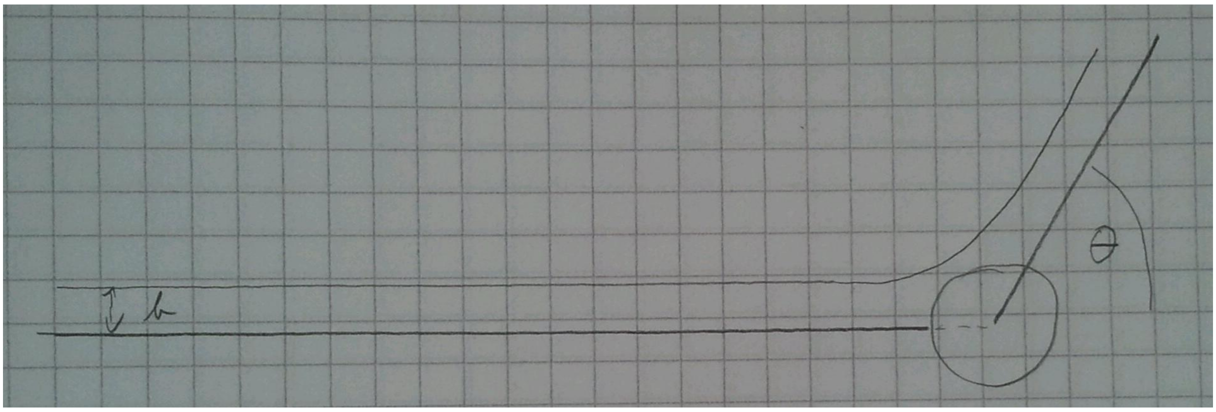

Abbildung 1: Skizze zur Streuung

Aufgabe H.13 Rutherford-Streuung

Aufgabe H.13a Skizze und Winkel

Aufgabe H.13a.1 Winkelrelation

Aus der Geometrie folgt:

$$2\phi_0 + \theta = \pi$$

Der Drehimpuls p_ϕ hängt mit dem Stoßparameter b wie folgt zusammen:

$$p_\phi = mbv \tag{1}$$

Aufgabe H.13b Perihelwinkel

Wir führen die Abkürzungen ein:

$$p := \frac{p_\phi^2}{mk} \tag{2}$$

$$\epsilon := \sqrt{1 + \frac{2Ep_\phi^2}{mk^2}} \tag{3}$$

Die Bahngleichung eines abgestoßenen Teilchens im Keplerproblem war gegeben durch:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{p}\left(-1 + \epsilon\cos(\phi - \phi_0)\right)$$

Da für einfallende Teilchen $\lim_{r\to\infty} \phi = 0$ gilt, folgt daraus:

$$\cos(\phi_0) = \frac{1}{\epsilon}$$

Aufgabe H.13c Streuwinkel

$$\sin\left(\frac{\Theta}{2}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi_0\right) = \cos(\phi_0) = \frac{1}{\epsilon}$$

Zusammen mit Gleichungen (3) und (1) ergibt sich dann:

$$\sin\left(\frac{\Theta}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2Eb}{k}\right)^2}} \tag{4}$$

Aufgabe H.13d differentieller Wirkungsquerschnitt

Gleichung (4) kann nach b aufgelöst werden:

$$b = \frac{k}{2E} \cot\left(\frac{\Theta}{2}\right)$$

Dies setzen wir in die Definition des Wirkungsquerschnittes ein und erhalten sofort:

$$\sigma(\Theta) = \frac{1}{4}\left(\frac{k}{2E}\right)^2 \frac{1}{\sin\left(\frac{\Theta}{2}\right)^4}$$