

## Vorbemerkung

Dies ist ein korrigierter Übungszettel aus dem Modul physik211.

Dieser Übungszettel wurde von einem Tutor korrigiert. *Dies bedeutet jedoch nicht, dass es sich um eine Musterlösung handelt. Weder ich, noch der Tutor implizieren, dass dieses Dokument keine Fehler enthält.*

Alle Übungszettel zu diesem Modul können auf [http://martin-ueding.de/de/university/bsc\\_physics/physik211/](http://martin-ueding.de/de/university/bsc_physics/physik211/) gefunden werden.

Sofern im Dokument nichts anderes angegeben ist: Dieses Werk von Martin Ueding ist lizenziert unter einer [Creative Commons Namensnennung - Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International Lizenz](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/).

[disclaimer]

# physik210 Übung 12

## Gruppe 2

Tutor: Tobias Guttenberger

Martin Ueding  
mu@uni-bonn.de

Christoph Hansen  
christophhansen@uni-bonn.de

3. Juli 2012

Aufgabe	1	2	3	4	$\Sigma$
Punkte	4 / 4	4 / 8	5 / 12	2 / 6	15 / 30

## 1 Energiespeicherung

### 1a Energie im elektrischen Feld

Im elektrischen Feld ist die Energiedichte:

$$\frac{W_E}{V} = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 E^2$$

Für das gegebene Volumen ist die Energie:

$$W_E \approx 4.48234 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

### 1b Energie im magnetischen Feld

Im magnetischen Feld ist die Energiedichte:

$$\frac{W_B}{V} = \frac{1}{2} \mu \mu_0 B^2$$

Für das gegebene Volumen dann:

$$W_B \approx 49.7374 \text{ J}$$

Bei diesen Feldstärken für  $E$  und  $B$  kann im elektrischen Feld viel weniger Energie gespeichert werden. Daher ist es „platzsparender“, die Energie in einem magnetischen Feld zu speichern.

## 2 Phasenschieber

Wir bestimmen  $\omega$ :

$$\omega = 2\pi f \approx 314 \text{ 1/s}$$

## 2a Zeigerdiagramm

Wir betrachten eine feste Spannung (auf drei Uhr) und schauen, wo welche Ströme liegen. Dabei gilt für die Ströme:

$$I = UY$$

Das Zeigerdiagramm ist in Abbildung 1 dargestellt. Bei der Induktivität ist der Strom der Spannung hinterher. Daher ist in diesem Stromdiagramm der Strom  $I_L$  für die Induktivität um  $-i$  verschoben.

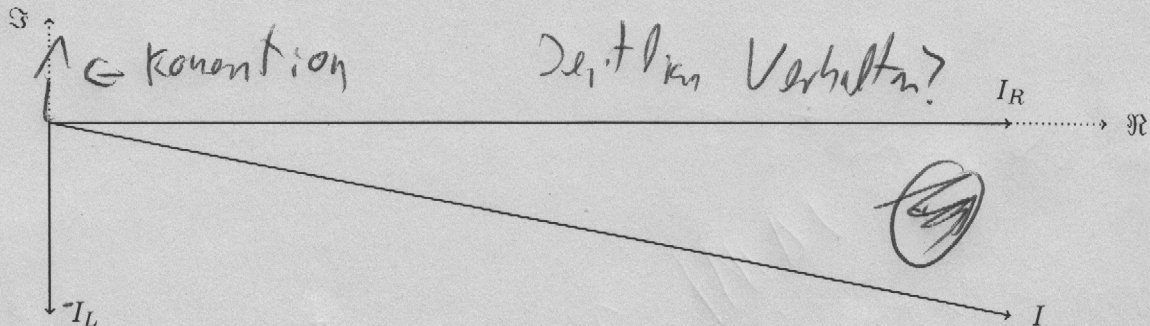


Abbildung 1: Zeigerdiagramm

## 2b Induktivität

Die komplexe Impedanz ist die inverse Summe der Teilleitwerte:

$$Z = \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{i\omega L} \right)^{-1} \approx (21.9858 - 43.9894i) \Omega$$

Die reale Impedanz setzt sich aus den Beträgen der Teilleitwerte zusammen, die geometrisch addiert werden:

$$|Z| = \left( \frac{1}{R^2} + \frac{1}{(\omega L)^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \approx 49.1777 \Omega$$

## 2c Phasenverschiebung

Die Phasenverschiebung ist einfach gegeben durch:

$$\tan(\phi) = \frac{|Z_L|}{|Z_R|} = \frac{\omega L}{R} \approx 0.499799$$

Daraus folgt:

$$\phi \approx 0.463487$$

## 2d Kapazität

Die Kapazität verhält sich bezüglich „Strom vor Spannung“ genau entgegengesetzt zur Induktivität. Somit muss also Betragsmäßig die Impedanz der Kapazität gleich der Impedanz der Induktivität sein. Somit erhalten wir:

$$C = \frac{1}{\omega^2 L} \approx 5.79 \cdot 10^{-5} \text{ F}$$



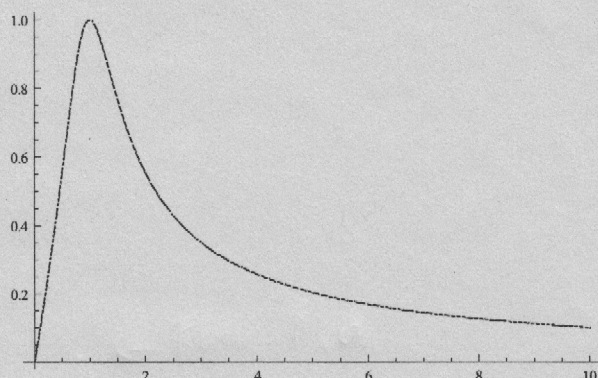


Abbildung 2: Spannung in Abhängigkeit der Frequenz. Für den Plot gilt  $L = R = C = U_e = 1$ .

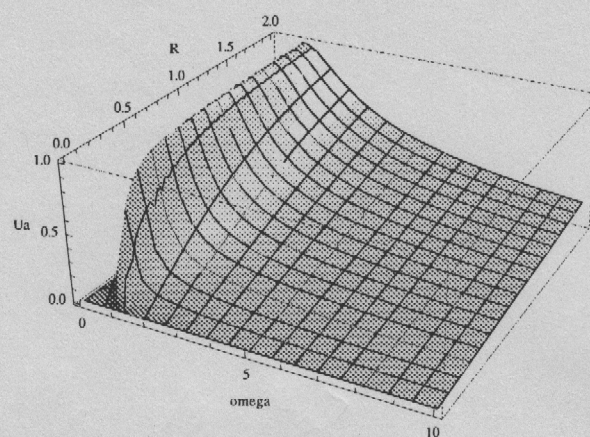


Abbildung 3: Absolutbetrag der Spannung in Abhängigkeit der Frequenz. Für den Plot gilt  $L = C = U_e = 1$ .

### 3 Filter

#### 3a Ausgangsspannung

##### 3a.1 erste Schaltung

Wir berechnen den Ersatzwiderstand der ganzen Schaltung:

$$\begin{aligned} Z_1(\omega) &= i\omega L + \frac{1}{i\omega C} + R \\ &= i \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) + R \end{aligned}$$

Schon hier können wir sehen, dass der Ersatzwiderstand am geringsten ist, wenn die Eigenfrequenz  $\omega_0 = \sqrt{LC}^{-1}$  getroffen wird.

Der Strom, der durch die Schaltung fließt, ist einfach gegeben durch:

$$I_1(\omega) = \frac{U_e}{Z_1(\omega)}$$

Die Spannung, die dann über dem Widerstand abfällt, ist einfach:

$$U_{1,a}(\omega) = I_1(\omega)R = \frac{C\omega R}{C\omega(R + iL\omega) - i} U_e(\omega)$$

An dem Plot in Abbildung 2 ist auch zu erkennen, dass das Maximum bei  $\omega_0$  liegt.

##### 3a.2 zweite Schaltung

Zuerst betrachten wir qualitativ das Grenzverhalten, um eine Kontrolle für unser Ergebnis zu erhalten. Für den Fall, dass  $\omega \rightarrow 0$  geht, sollte kein Strom fließen können, da die Kondensatoren diesen dann blockieren. Damit kann keine Spannung über den Widerständen abfallen. Für  $\omega \rightarrow \infty$  wird der mittlere Kondensator leitend und es sollte ebenfalls so gut wie kein Strom über dem Widerstand abfallen, weil dieser letztlich über den Kondensator kurzgeschlossen wird.



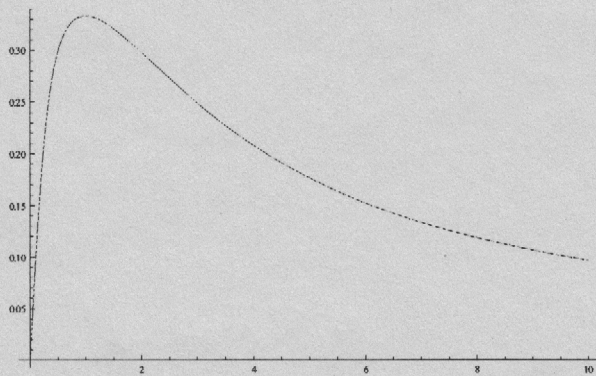


Abbildung 4: Absolutbetrag der Spannung in Abhängigkeit der Frequenz. Für den Plot gilt  $R = C = U_e = 1$ .

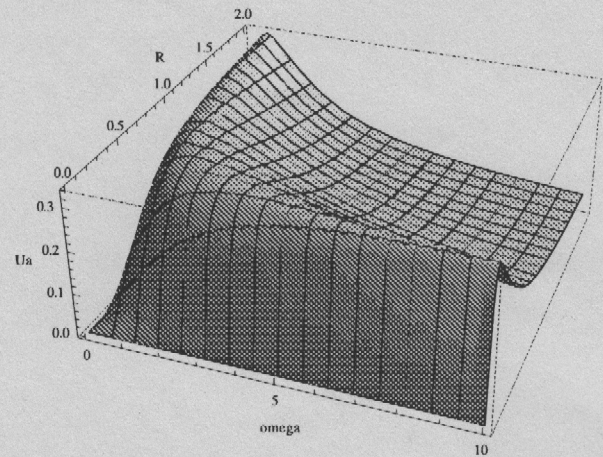


Abbildung 5: Absolutbetrag der Spannung in Abhängigkeit der Frequenz. Für den Plot gilt  $C = U_e = 1$ .

Auch hier errechnen wir zuerst den Gesamtwiderstand der kompletten Schaltung:

$$Z_2(\omega) = R + \left( \frac{1}{Z_c} + \frac{1}{Z_c + R} \right)^{-1}$$

Wir können nun den Strom bestimmen:

$$I_2(\omega) = \frac{U_e(\omega)}{Z_2(\omega)}$$

Nun wenden wir die Stromteilerregel an, um herauszufinden, wie viel Strom durch den Kondensator und den Widerstand fließen. Wenn wir diesen Strom kennen, können wir die gesuchte Spannung  $U_a(\omega)$  finden, die über dem Widerstand rechts abfällt. Dazu betrachten wir das Verhältnis des Widerstands der letzten Reihenschaltung im Verhältnis zu Summe der drei Bauteile.

$$I_{2,r}(\omega) = I_2(\omega) \frac{Z_C(\omega)}{2Z_C(\omega) + R}$$

Die gesuchte Spannung ist dieser Strom multipliziert mit dem Widerstand. Folgende Formel ist auch in Abbildung 4 dargestellt.

$$U_{2,a}(\omega) = I_{2,r}(\omega)R$$

Dies können wir ausschreiben als:

$$U_{2,a}(\omega) = \frac{iC\omega R}{-C^2\omega^2 R^2 + 3iC\omega R + 1} U_e(\omega)$$

Das, was wirklich gemessen wird, ist der Absolutbetrag, also  $|U_{2,a}(\omega)|$ .

Aus der Formel für  $U_{2,a}$  ist im Nenner ersichtlich, dass das Maximum erreicht ist, wenn  $1 - (\omega RC)^2 = 0$  eingetreten ist. Somit folgt für  $\omega$ :

$$\omega = \frac{1}{RC} \quad \checkmark + 4$$

### 3b Frequenzbereich

#### 3b.1 erste Schaltung

Letztlich müssen wir folgendes nach  $\omega$  auflösen:

$$\left| \frac{C\omega R}{C\omega(R + iL\omega) - i} \right| > \frac{1}{4} \quad \Rightarrow ?$$

#### 3b.2 zweite Schaltung

Letztlich müssen wir folgendes nach  $\omega$  auflösen:

$$\left| \frac{iC\omega R}{1 - (C\omega R)^2 + 3iC\omega R} \right| > \frac{1}{4} \quad \Rightarrow ?$$

### 3c bessere Schaltung

Die erste Schaltung scheint ein wenig enger zu filtern und ist dann wohl praktischer. Bei der ersten kann man mit  $L$  und  $C$  eine Frequenz wählen und mit  $R$  die Breite des Peaks genau einstellen.

Bei der zweiten Schaltung kann man die Eigenfrequenz  $\frac{1}{RC}$  über die Kondensatoren beliebig und unabhängig vom Widerstand  $R$  einstellen, allerdings ist der Peak dort in der Regel breiter. Allerdings kann man bei dieser Schaltung den Widerstand so klein einstellen, dass letztlich nur tiefe Frequenzen herausgefiltert werden. Somit bietet diese Schaltung etwas mehr Einstellungsmöglichkeiten.

### 3d Kriterien für den Widerstand $R$

Die Wirkleistung, die im Resonanzfall verbraucht wird, ist:

$$P = UI = U \frac{U}{R} = \frac{U^2}{R}$$

Somit sollte der Widerstand nicht zu klein gewählt werden, weil sonst zu viel Last am Ausgang hängt. Ist der Widerstand allerdings zu groß, kann man das Maximum nicht mehr auflösen.

## 4 Dimmer

### 4a Größe der Induktivität

Bei einer Phasenverschiebung  $\phi$  ist die Leistung:

$$P = UI \cos(\phi)$$

Die Phasenverschiebung können wir bestimmen durch:

$$\tan(\phi) = \frac{Z_L}{Z_R}$$



Damit wir um einen Faktor 5 skalieren können, muss für die maximale Dimmung gelten:

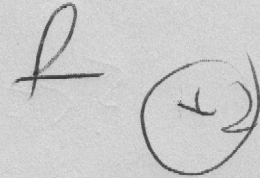
$$\cos(\phi) = \frac{1}{5}$$

Der Widerstand der Lampe ist einfach:

$$Z_R = R = \frac{U}{I} = \frac{U^2}{P} \approx 14.4 \Omega$$

Die Induktivität können wir berechnen mit:

$$\frac{1}{\omega} \tan\left(\arccos\left(\frac{1}{5}\right)\right) R \approx 0.187127 \text{ H}$$



#### 4b Potentiometer

Das ganze könne man auch mit einem Widerstand umsetzen. Dabei müsste der Widerstand 0.8 der Leistung verbrauchen:

$$P = U_{\text{Lampe}} I + U_R I$$

Bei den gegeben 120 V wären das 96 V. Bei dem Strom, den wir aus den Daten des ungedimmten Stromkreises berechnen können,  $I = \frac{U}{R} \approx 8.3 \text{ A}$ , ergibt sich dann ein Widerstand von:

$$R \approx 11.52 \Omega$$



Das ganze wird man so nicht machen, es sei denn, man möchte nebenher noch auf einer Physikerkonferenz mit einem in Reihe geschalteten Wasserkocher einen Kaffee kochen. Denn die 800 W Verlustleistung müssen ja irgendwo hin.