Vorbemerkung

Dies ist ein korrigierter Übungszettel aus dem Modul physik111.

Dieser Übungszettel wurde von einem Tutor korrigiert. *Dies bedeutet jedoch nicht, dass es sich um eine Musterlösung handelt. Weder ich, noch der Tutor implizieren, dass dieses Dokument keine Fehler enthält.*

Alle Übungszettel zu diesem Modul können auf http://martin-ueding.de/de/university/bsc_physics/physik111/ gefunden werden.

[disclaimer]

1	2	3	4	Σ
2	3	3	4	12

Physik Übung 12

Martin Ueding
Tutor: Lukas

26. Januar 2012

Aufgabe 1a In der Vollkugel fällt die Schwerkraft linear vom Maximum an der Oberfläche ab. Die Kraft zeigt immer zum Kugelmittelpunkt, also in die negative r-Richtung.

zeigen!

$$F = \frac{r}{R} F_{\text{Oberfläche}} = -G\frac{mM}{R^3}r$$

Als Bewegungsgleichung ergibt sich

$$a = \frac{F}{m}$$
$$\ddot{r}(t) = -G\frac{M}{R^3}r$$

Aufgabe 1b Die Coreoliskraft $\vec{\omega} \times 2m\vec{v}$ drückt nur gegen die Tunnelwand und kann daher vernachlässigt werden. Die Bewegungsgleichung muss daher nur um die Zentrifugalkraft erweitert werden.

$$\ddot{r}(t) = -G\frac{M}{R^3}r + \omega^2 r(t)$$
$$= \left(\omega^2 - G\frac{M}{R^3}\right) r(t)$$

✓

Aufgabe 1c Als Lösung der Differentialgleichung erhält man über den in der Aufgabenstellung gegebenen Ansatz, dass $a = \sqrt{\omega^2 - G\frac{M}{R^3}}$. Setzt man die Masse und den Radius für die Erde ein, erhält man:

zeigen!

$$r(t) = R\exp(0{,}00123i \cdot t)$$

Einheit?

a ist reell, falls die Zentrifugalkraft die Schwerkraft übersteigt. Im Schwingungsfall, bei dem die Zentrifugalkraft keine große Rolle spielt, wird a imaginär.

Falls a imaginär wird, kann man den Realteil von $r(t)$ nehmen und erhält eine Sinusschwingung.

2/4

Aufgabe 2 Die treibende Kraft muss die Masse beschleunigen und gegen die Feder ankommen.

$$m\ddot{x} + Dx = F_0 \cos(\omega t)$$

Dies kann durch wieder durch einen Exponentialfunktionsansatz $x(t) = A\exp(i\omega t)$ gelöst werden. Dazu muss man bei der treibenden Kraft noch den Imaginärteil ergänzen.

$$\begin{aligned} -mA\omega^2 \exp(i\omega t) + DA\exp(i\omega t) &= F_0 \exp(i\omega t) \\ -mA\omega^2 + DA &= F_0 \end{aligned}$$

Alle Größen sind bekannt, durch Einsetzen erhält man F_0.

$$\begin{aligned} -4\,\mathrm{kg} \cdot 0{,}02\,\mathrm{m} \cdot (2\pi \cdot 10\,{}^1\!/\!_\mathrm{s})^2 + 200\,{}^\mathrm{N}\!/\!_\mathrm{m} \cdot 0{,}02\,\mathrm{m} &= F_0 \\ -312\,\mathrm{N} &= F_0 \end{aligned}$$

3/3

Aufgabe 3a Wellengleichung: $\ddot{y} = ay''$

$$\begin{aligned} f(x,t) &= x^2 + v^2t^2 \\ \dot{f}(x,t) &= 2v^2t \\ \ddot{f}(x,t) &= 2v^2 \\ f'(x,t) &= 2x \\ f''(x,t) &= 2 \end{aligned}$$

$$2v^2 = a \cdot 2 \quad \Rightarrow \quad a = v^2$$

1/1

Aufgabe 3b

$$\begin{aligned} f(x,t) &= x^2 + v^2t^2 \\ f(x,t) &= x^2 + v^2t^2 + xvt - xvt \\ f(x,t) &= \frac{1}{2}(x^2 + v^2t^2) + \frac{1}{2}(x^2 + v^2t^2) + xvt - xvt \\ f(x,t) &= \frac{1}{2}(x^2 + 2xvt + v^2t^2) + \frac{1}{2}(x^2 - 2xvt + v^2t^2) \\ f(x,t) &= \underbrace{\frac{1}{2}(x+vt)^2}_{g(x+vt)} + \underbrace{\frac{1}{2}(x-vt)^2}_{h(x-vt)} \end{aligned}$$

1/1

Aufgabe 3c

$$
\begin{aligned}
c &= \sin(x)\cos(vt) \\
\dot{c} &= -v\sin(x)\sin(vt) \\
\ddot{c} &= -v^2\sin(x)\cos(vt) \\
c' &= \cos(x)\cos(vt) \\
c'' &= -\sin(x)\cos(vt)
\end{aligned}
$$

$$c = \sin(x)\cos(vt)$$

Benutze Produkt-zu-Summe Formel.

$$= \underbrace{\frac{1}{2}\sin(x+vt)}_{g(x+vt)} + \underbrace{\frac{1}{2}\sin(x-vt)}_{h(x-vt)}$$

Rechnung?

1/2

Aufgabe 4a

$$
\begin{aligned}
F_H = \mu_H mg\cos(\theta) &= mg\sin(\theta) \\
\mu_H &= \tan(\theta)
\end{aligned}
$$

Kommentar?

1/1

Aufgabe 4b Wenn die Masse nicht beschleunigt, gleichen sich alle Kräfte aus, es herrscht das gleiche Kräftegleichgewicht wie vorhin.

1/1

$$\mu_G = \tan(\theta_G)$$

Aufgabe 4c In der Aufgabenstellung sind zu zwei Zeitpunkte die Positionen gegeben.

t	d
0 s	0 m
1,5 s	2 m

Damit kann man die Nettobeschleunigung bestimmen.

$$
\begin{aligned}
d &= \frac{1}{2}at^2 \\
\frac{2d}{t^2} &= a \\
1{,}78\,\mathrm{m/s^2} &= a
\end{aligned}
$$

Der Teil, den die Schwerkraft beiträgt, lässt sich über die Hangabriebskraft ausrechnen.

$$a_g = g\sin(30^\circ) = \frac{1}{2}g = 5\,\mathrm{m/s^2}$$

Somit bleibt noch die Reibungskraft in die andere Richtung, die die Schwerkraft auf die Nettokraft reduzieren muss.

$$\Delta a = 3{,}22\,\mathrm{m/s^2}$$
$$\Delta F = 9{,}66\,\mathrm{N}$$

Die Gleitreibungskraft, die die Hangabtriebskraft schwächt, wird über μ_G und die Normalkraft berechnet.

$$F_G = \mu_G mg\cos(30^\circ)$$

Somit lässt sich aus den bereits errechneten Größen der Gleitreibungskoeffizient bestimmen.

$$\mu_G = 0{,}372$$

Die Endgeschwindigkeit ist aus der oben bestimmten Beschleunigung mit der in der Aufgabenstellung gegebenen Zeit zu errechnen.

$$\begin{aligned} v &= at \\ &= 1{,}78\,\mathrm{m/s^2} \cdot 1{,}5\,\mathrm{s} \\ &= 2{,}67\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

2/2