Vorbemerkung

Dies ist ein abgegebener Übungszettel aus dem Modul physik111.

Dieser Übungszettel wurde nicht korrigiert. Es handelt sich lediglich um meine Abgabe und keine Musterlösung.

Alle Übungszettel zu diesem Modul können auf http://martin-ueding.de/de/university/bsc_physics/physik111/ gefunden werden.

[disclaimer]

Physik Übung 12

Martin Ueding
Tutor: Lukas

26. Januar 2012

Aufgabe 1a In der Vollkugel fällt die Schwerkraft linear vom Maximum an der Oberfläche ab. Die Kraft zeigt immer zum Kugelmittelpunkt, also in die negative r-Richtung.

$$F = \frac{r}{R} F_{\text{Oberfläche}} = -G \frac{mM}{R^3} r$$

Als Bewegungsgleichung ergibt sich

$$\begin{aligned} a &= \frac{F}{m} \\ \ddot{r}(t) &= -G \frac{M}{R^3} r \end{aligned}$$

Aufgabe 1b Die Coreoliskraft $\vec{\omega} \times 2m\vec{v}$ drückt nur gegen die Tunnelwand und kann daher vernachlässigt werden. Die Bewegungsgleichung muss daher nur um die Zentrifugalkraft erweitert werden.

$$\begin{aligned} \ddot{r}(t) &= -G \frac{M}{R^3} r + \omega^2 r(t) \\ &= \left(\omega^2 - G \frac{M}{R^3} \right) r(t) \end{aligned}$$

Aufgabe 1c Als Lösung der Differentialgleichung erhält man über den in der Aufgabenstellung gegebenen Ansatz, dass $a = \sqrt{\omega^2 - G \frac{M}{R^3}}$. Setzt man die Masse und den Radius für die Erde ein, erhält man:

$$r(t) = R \exp(0{,}00123 i \cdot t)$$

a ist reell, falls die Zentrifugalkraft die Schwerkraft übersteigt. Im Schwingungsfall, bei dem die Zentrifugalkraft keine große Rolle spielt, wird a imaginär.

Falls a imaginär wird, kann man den Realteil von $r(t)$ nehmen und erhält eine Sinusschwingung.

Aufgabe 2 Die treibende Kraft muss die Masse beschleunigen und gegen die Feder ankommen.

$$m\ddot{x} + Dx = F_0 \cos(\omega t)$$

Dies kann durch wieder durch einen Exponentialfunktionsansatz $x(t) = A\exp(i\omega t)$ gelöst werden. Dazu muss man bei der treibenden Kraft noch den Imaginärteil ergänzen.

$$\begin{aligned} -mA\omega^2 \exp(i\omega t) + DA\exp(i\omega t) &= F_0 \exp(i\omega t) \\ -mA\omega^2 + DA &= F_0 \end{aligned}$$

Alle Größen sind bekannt, durch Einsetzen erhält man F_0.

$$\begin{aligned} -4\,\mathrm{kg} \cdot 0{,}02\,\mathrm{m} \cdot (2\pi \cdot 10\,{}^1\!/\!_\mathrm{s})^2 + 200\,{}^\mathrm{N}\!/\!_\mathrm{m} \cdot 0{,}02\,\mathrm{m} &= F_0 \\ -312\,\mathrm{N} &= F_0 \end{aligned}$$

Aufgabe 3a Wellengleichung: $\ddot{y} = ay''$

$$\begin{aligned} f(x,t) &= x^2 + v^2t^2 \\ \dot{f}(x,t) &= 2v^2t \\ \ddot{f}(x,t) &= 2v^2 \\ f'(x,t) &= 2x \\ f''(x,t) &= 2 \end{aligned}$$

$$2v^2 = a \cdot 2 \quad \Rightarrow \quad a = v^2$$

Aufgabe 3b

$$\begin{aligned} f(x,t) &= x^2 + v^2t^2 \\ f(x,t) &= x^2 + v^2t^2 + xvt - xvt \\ f(x,t) &= \frac{1}{2}(x^2 + v^2t^2) + \frac{1}{2}(x^2 + v^2t^2) + xvt - xvt \\ f(x,t) &= \frac{1}{2}(x^2 + 2xvt + v^2t^2) + \frac{1}{2}(x^2 - 2xvt + v^2t^2) \\ f(x,t) &= \underbrace{\frac{1}{2}(x+vt)^2}_{g(x+vt)} + \underbrace{\frac{1}{2}(x-vt)^2}_{h(x-vt)} \end{aligned}$$

Aufgabe 3c

$$\begin{aligned} c &= \sin(x)\cos(vt) \\ \dot{c} &= -v\sin(x)\sin(vt) \\ \ddot{c} &= -v^2\sin(x)\cos(vt) \\ c' &= \cos(x)\cos(vt) \\ c'' &= -\sin(x)\cos(vt) \end{aligned}$$

$$c = \sin(x)\cos(vt)$$

Benutze Produkt-zu-Summe Formel.

$$= \underbrace{\frac{1}{2}\sin(x+vt)}_{g(x+vt)} + \underbrace{\frac{1}{2}\sin(x-vt)}_{h(x-vt)}$$

Aufgabe 4a

$$\begin{aligned} F_H = \mu_H mg\cos(\theta) &= mg\sin(\theta) \\ \mu_H &= \tan(\theta) \end{aligned}$$

Aufgabe 4b Wenn die Masse nicht beschleunigt, gleichen sich alle Kräfte aus, es herrscht das gleiche Kräftegleichgewicht wie vorhin.

$$\mu_G = \tan(\theta_G)$$

Aufgabe 4c In der Aufgabenstellung sind zu zwei Zeitpunkte die Positionen gegeben.

t	d
0 s	0 m
1,5 s	2 m

Damit kann man die Nettobeschleunigung bestimmen.

$$\begin{aligned} d &= \frac{1}{2}at^2 \\ \frac{2d}{t^2} &= a \\ 1{,}78\,\mathrm{m/s^2} &= a \end{aligned}$$

Der Teil, den die Schwerkraft beiträgt, lässt sich über die Hangabriebskraft ausrechnen.

$$a_g = g\sin(30^\circ) = \frac{1}{2}g = 5\,\mathrm{m/s^2}$$

Somit bleibt noch die Reibungskraft in die andere Richtung, die die Schwerkraft auf die Nettokraft reduzieren muss.

$$\begin{aligned}\Delta a &= 3{,}22\,\mathrm{m/s^2}\\ \Delta F &= 9{,}66\,\mathrm{N}\end{aligned}$$

Die Gleitreibungskraft, die die Hangabtriebskraft schwächt, wird über μ_G und die Normalkraft berechnet.

$$F_G = \mu_G mg\cos(30^\circ)$$

Somit lässt sich aus den bereits errechneten Größen der Gleitreibungskoeffizient bestimmen.

$$\mu_G = 0{,}372$$

Die Endgeschwindigkeit ist aus der oben bestimmten Beschleunigung mit der in der Aufgabenstellung gegebenen Zeit zu errechnen.

$$\begin{aligned}v &= at\\ &= 1{,}78\,\mathrm{m/s^2}\cdot 1{,}5\,\mathrm{s}\\ &= 2{,}67\,\mathrm{m/s}\end{aligned}$$