Vorbemerkung

Dies ist ein korrigierter Übungszettel aus dem Modul physik111.

Dieser Übungszettel wurde von einem Tutor korrigiert. *Dies bedeutet jedoch nicht, dass es sich um eine Musterlösung handelt. Weder ich, noch der Tutor implizieren, dass dieses Dokument keine Fehler enthält.*

Alle Übungszettel zu diesem Modul können auf http://martin-ueding.de/de/university/bsc_physics/physik111/ gefunden werden.

[disclaimer]

Martin Veding #~~8~~ 6 Lukas P

1	2	3	4	Σ
3,5	3,5	2	4	13

1) $E_{kin} + E_{pot} = \text{konst.}$ Energieerhaltung ✓

$\vec{L} = \text{konst}$ Drehimpulserhaltung ✓

$\vec{L} = m\,\vec{r} \times \vec{v}$, für $\vec{r} \perp \vec{v}$: $mrv = L$

In Aphel und Peribel ist $\vec{r} \perp \vec{v}$.

① $m r_1 v_1 = m r_2 v_2$ ✓

② $-G\frac{M}{r_1} + \frac{1}{2}v_1^2 = -G\frac{M}{r_2} + \frac{1}{2}v_2^2$ ✓

$$-\frac{GM}{r_1} + \frac{1}{2}\left(\frac{r_2 v_2}{r_1}\right)^2 = -G\frac{M}{r_2} + \frac{1}{2}v_2^2$$

$$\frac{1}{2}\frac{r_2^2 v_2^2}{r_1^2} - G\frac{M}{r_1} = \frac{1}{2}v_2^2 - G\frac{M}{r_2}$$

$$v_2^2\left(\frac{1}{2}\frac{r_2^2}{r_1^2} - \frac{1}{2}\right) = GM\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$v_2 = \sqrt{2GM\,\frac{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}{\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 - 1}}$$ ✓

$\Rightarrow v_2 = 846\,\frac{m}{s}$ ✓, $v_1 = 59240\,\frac{m}{s}$ ✓

3,5/3,5

Sorry für die Verspätung...

2) $a = G\frac{M}{r^2} \Rightarrow M = 1{,}12 \cdot 10^{22}$ kg

a) ~~E~~ Pot: $-\frac{GM}{r} + \frac{1}{2}v^2 = 0$

$\Rightarrow v = 1732 \frac{m}{s}$

Um aus dem Potential des Asteroiden zu entkommen, braucht man $1700 \frac{m}{s}$ Startgeschwindigkeit.

2/2

2 b) Potential an der Oberfläche:

$-G\frac{M}{r} = -1{,}5 \cdot 10^6 \frac{J}{kg}$

$\frac{1}{2}v^2 = \frac{1}{2}(1000\frac{m}{s})^2 = 5 \cdot 10^5 \frac{J}{kg}$

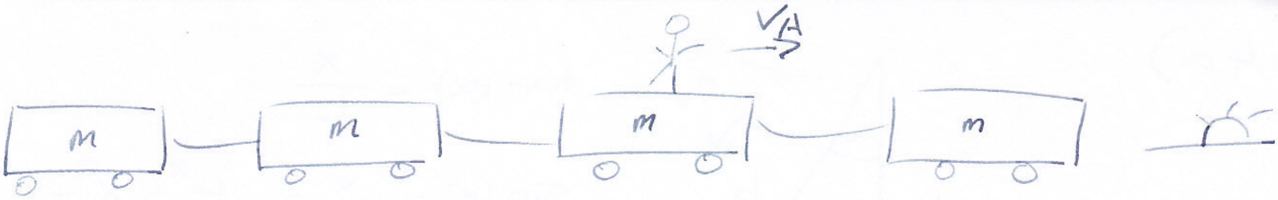
Am äußeren Punkt ist die gesamte Energie in der potentiellen Energie:

$-G\frac{M}{r} = -10^6 \frac{J}{kg} \Rightarrow r = 7{,}5 \cdot 10^5$ m

~~Der~~ Das Objekt kommt mit etwas mehr als der halben Fluchtgesch. sehr weit weg.

Das ist der Abstand zum Mittelpunkt, nicht zur Oberfläche!

1,5/2

3a) 

Bezugssystem ist die Schiene.
Der Held wiegt vernachlässigbar wenig.

Gesamtimpulserhaltung:

$$4 m v_a = 3m \cdot 2\frac{m}{s} + m \cdot 4\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow v_a = \cancel{3\frac{m}{s}}\ 2{,}5\frac{m}{s}$$

3b) Aus Sicht der Schiene entwickeln sich die Energien so:

1. Wagen: $\frac{1}{2}\left(m\left(4\frac{m}{s}\right)^2 - m\left(\overset{2,5}{\cancel{3}}\frac{m}{s}\right)^2\right) = \cancel{175\,kJ}\ 243{,}75\,kJ \cdot \frac{1}{2}$

2-4. Wagen: $\frac{1}{2}\left(3m\left(2\frac{m}{s}\right)^2 - m\left(\overset{2,5}{\cancel{3}}\frac{m}{s}\right)^2\right) = \cancel{-375\,kJ}\ -168{,}75\,kJ \cdot \frac{1}{2}$

$\Longrightarrow$ Der Held hat dem System ~~200~~ kJ ~~genommen~~.
$\frac{1}{2}$ 75 kJ gegeben.

~~Aus Sicht des Helden, der sein System mit $v = 3\frac{m}{s}$ hat~~

~~1. Wagen: $m \cdot (1\frac{m}{s})^2 - m \cdot (0\frac{m}{s})^2 = 25\,kJ$~~

~~2-4. Wagen: $m \cdot (-1\frac{m}{s})^2 - m \cdot (0\frac{m}{s})^2 = 75\,kJ$~~

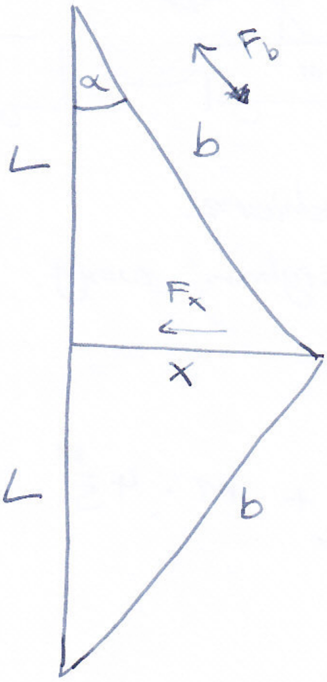
~~Er hat dem System also 75 kJ hinzugefügt.~~

Je nach dem, welches System (Schiene, Held vorher, Held nachher, CMS) ergibt sich eine unterschiedliche Energie.

Aber die Energiedifferenz (= Arbeit) sollte sich nicht ändern...

2/2,5

4a)



$$\tan(\alpha) = \frac{x}{L}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{x}{b} \qquad L^2 + x^2 = b^2$$

$$\cos(\alpha) = \frac{L}{b}$$

$$F_b = D \cdot \underbrace{(b-L)}_{\text{Auslenkung über Normal}}$$

$$\frac{F_x}{2} = F_b \cdot \sin\alpha$$

$$\frac{F_x}{2} = D\left(\sqrt{L^2+x^2} - L\right) \cdot \sin\left(\operatorname{atan}\left(\frac{x}{L}\right)\right)$$

$$\frac{F_x}{2} = D\left(\sqrt{L^2+x^2} - L\right) \cdot \frac{x}{b} = D\left(\sqrt{L^2+x^2} - L\right) \cdot \frac{x}{\sqrt{L^2+x^2}}$$

$$= D\left(x - L\frac{x}{\sqrt{L^2+x^2}}\right) \qquad \hat{x} \equiv \hat{e}_x$$

$$F_x = -2D\left(x - L\frac{x}{\sqrt{L^2+x^2}}\right), \qquad \vec{F}_x = F_x \cdot \hat{x}$$

(✓) 3/3,5

4b) $$\int_A^0 F_x \, dx = -\int_A^0 2D\left(x - L\frac{x}{\sqrt{L^2+x^2}}\right) dx$$

$$= 2D\int_A^0 x\,dx - 2DL\int_A^0 \frac{x}{\sqrt{x^2+L^2}}\,dx = -2D\frac{1}{2}A^2 - 2DL\left[\sqrt{x^2+L^2}\right]_A^0$$

$$= -DA^2 - 2DL\left(L - \sqrt{A^2+L^2}\right)$$

$$\cancel{F_x}\; W(A) = +D\left(A^2 + 2L\left(L - \sqrt{A^2+L^2}\right)\right)$$

1/1,5