## Vorbemerkung

Dies ist ein korrigierter Übungszettel aus dem Modul physik111.

Dieser Übungszettel wurde von einem Tutor korrigiert. *Dies bedeutet jedoch nicht, dass es sich um eine Musterlösung handelt. Weder ich, noch der Tutor implizieren, dass dieses Dokument keine Fehler enthält.*

Alle Übungszettel zu diesem Modul können auf http://martin-ueding.de/de/university/bsc_physics/physik111/ gefunden werden.



[disclaimer]

| 1 | 2 | 3 | 4 | Σ |
|---|---|---|---|---|
| 5,5 | 3 | 2,5 | 5 | 16 |

Martin Veliny #5 Lukas

1a) $V(r) = \frac{\alpha}{r} + kr$

$$-\vec{\nabla} V(r) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\frac{\alpha}{r^2} \cdot 2x - k\frac{x}{r} \\ \frac{1}{2}\frac{\alpha}{r^2} \cdot 2y - k\frac{y}{r} \end{pmatrix} = \vec{F}(\vec{r}) = \vec{F}(x,y) \quad (\checkmark)$$

3-dim-Problem!

$$|\vec{F}(x,y)| = \left[\left(\frac{\alpha}{r^2} 2x - k\frac{x}{r}\right)^2 + \left(\frac{\alpha}{r^2} 2y - k\frac{y}{r}\right)^2\right]^{1/2}$$

$$= \frac{\alpha^2}{r^4} 4 (x^2+y^2) - 2\frac{\alpha}{r^2}k\frac{1}{r}(2x^2+2y^2) + \frac{k^2}{r^2}(x^2+y^2)$$

$$|\vec{F}(\vec{r})| = \sqrt{\cancel{4}\frac{\alpha^2}{r^2} - \underset{2}{4}\frac{\alpha k}{r} + k^2}$$

Richtung ist radial, je nach $\alpha$ $k$ zeigt die Kraft auf einen Kreis, vom Nullpunkt nach außen, von Außen ~~ca~~ Richt. 0. ✓ 7,5/2

1b) $\vec{F} = \begin{pmatrix} x^2+y \\ \sin y \end{pmatrix}$, $\int_A^B \vec{F} \cdot \vec{ds} = \int_0^4 x^2 dx + \int_0^{18} \sin(y)\, dy$

$$= \frac{1}{3}x^3\Big|_0^4 + (-\cos y)\Big|_0^{18} = 20{,}99 \checkmark$$

21,67 ~~22,03~~ Auf VZ achten!

$s(k) = \begin{pmatrix} k \\ \frac{18}{4}k \end{pmatrix}$, $k \in [0,4]$

$s'(k) = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{18}{4} \end{pmatrix}$

$$\int_A^B \vec{F} \cdot \vec{ds} = \int_0^4 \vec{F}(\vec{s(k)}) \cdot \vec{s'(k)} \cdot dk = \int_0^4 \begin{pmatrix} k^2 + \frac{18}{4}k \\ \sin(\frac{18}{4}k) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{18}{4} \end{pmatrix} dk$$

$$= \frac{1}{3}k^3 + \frac{18}{8}k^2 - \cos\left(\frac{18}{4}k\right)\Big|_0^4 = \frac{1}{3}4^3 + \frac{18}{8}4^2 - \cos(18) + \cos(0)$$

$= 57{,}67$ ✓

$\Rightarrow$ $\mathrm{curl}(\vec{F}) \neq 0$. ✓ 2/2

1c) $\mathrm{curl}(\vec{F_2}) = 0 - 1 = -1$

$$\mathrm{curl}(\vec{F_1}) = \left(\frac{-2\alpha}{r^3} \cdot 2x \cdot 2y + k\frac{y}{r^2} \cdot 2x\right)$$

$$- \left(\frac{-2\alpha}{r^3} \cdot 2x \cdot 2y + k\frac{x}{r^2} \cdot 2y\right) = 0$$

Natürlich ~~da~~ ist $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} V) = 0$, da Kraftfelder von Potentialen konservativ sind.

$\vec{F_2}$ ist ein allgemeines Feld, das nicht konservativ ist. ✓

2/2

# 5

2) Um zu entkommen, braucht man so viel kinetische Energie, wie das Schwere-potential "tief" ist.

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = m \cdot P = m \cdot \left(-G\left(\frac{m_j}{d_{jg}} + \frac{m_g}{r_g}\right)\right)$$

$$\Leftrightarrow \quad v = \sqrt{2\,\frac{mP}{m}} = \sqrt{2P} = 15606\ \frac{m}{s}$$

3/3

# #5

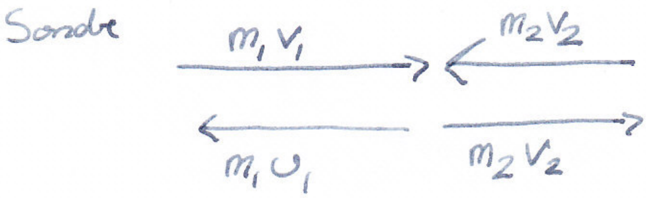
3) Man betrachte den Schwerpunkt des Systems als Schwerpunkt des Saturns, da Sondenmasse klein ist.

Im Schwerpunktsystem (SPS) hat Saturn $V_2 \approx 0$. Die Sonde hat $v_1 = (+4{,}8 + 9{,}6)\,\frac{km}{s} = 14{,}4\,\frac{km}{s}$.

Saturn u. Sonde fliegen auf einander zu

Beim el. Stoß im SPS sind die Impulspfeile alle gleich lang:

$V_2 \approx 0$, $m_2 \gg 0$




Da die Massen konstant sind, gilt:

$|v_1| = |u_1|$, $|v_2| = |u_2|$. Da $|v_2| \approx |u_2| \approx 0$, ist

die Sonde danach mit $-4{,}8\,\frac{km}{s}$ aus Sicht des Saturns unterwegs.

Im "absoluten" System sind dies $-14{,}4\,\frac{km}{s}$. (✓) 1/1,5

3b) Das Verhältnis ist $\left(\frac{14{,}4}{4{,}8}\right)^2 = 9$ FF 1/1

3c) Vom Saturn kommt die Energie. Auch wenn es nicht wirklich auffällt, irgendwann fällt der Saturn in die Sonne, wenn man das zu oft macht. ✓

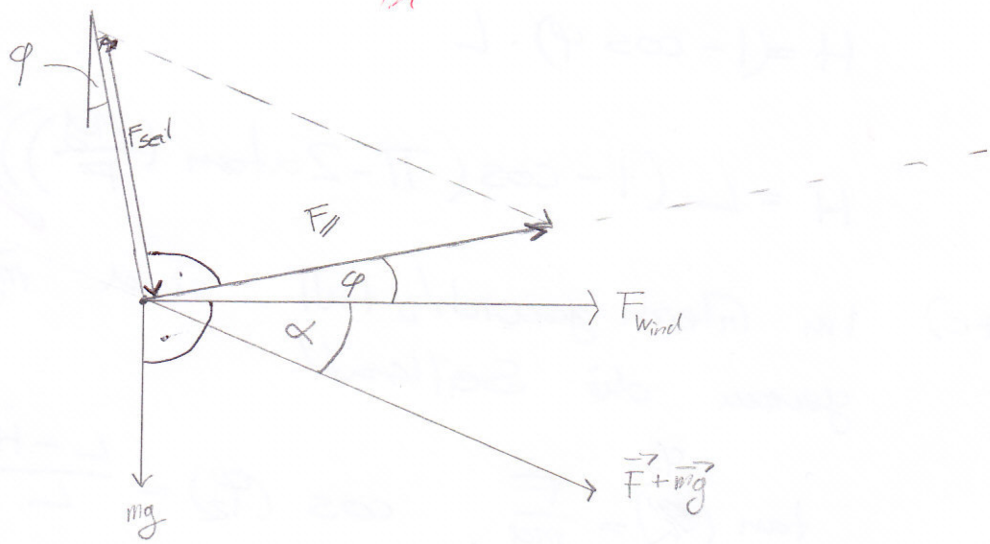
0,5/0,5

#5

4) a) $E = W = m \cdot g \cdot H$ ✓ 1/1

4 b)

$\tan(\alpha) = \dfrac{mg}{F}$




$$F_{//} = \cos(\alpha + \varphi) \cdot \sqrt{F^2 + (mg)^2}$$

Dies ist die bewegende Kraft. Ist sie 0, so ergibt sich ein Gleichgewicht.

Ist $\int_0^{\varphi} F_{//} \cdot d\varphi = 0$, so ist die Kugel in einen Stillstand. Für $\varphi = 0 \rightarrow \int F_{//} = 0$ aus den Anfangsbed. Interessant ist der höchste Punkt:

→ und wieso bewegt sich dann überhaupt was?

$$\int_0^{\varphi} \cos(\alpha + \varphi) \cdot \underbrace{\sqrt{F^2 + (mg)^2}}_{\equiv z} \, d\varphi = z\left(\sin(\alpha + \varphi) - \sin(\overset{\alpha}{\cancel{\varphi}})\right)$$ ?

$$0 = \sin(\alpha + \varphi) - \sin(\overset{\alpha}{\cancel{\varphi}}) \Leftrightarrow$$

$$\sin(\overset{\alpha}{\cancel{\varphi}}) = \sin(\alpha + \varphi) \Leftrightarrow \cancel{\overset{\alpha}{\varphi} = \alpha + \varphi \Rightarrow \varphi = 0 + n\pi}$$

$\varphi = -2\alpha + \pi + 2n\pi \quad \vee \quad \varphi = 2n\pi$

$\varphi = \pi - 2\,\mathrm{atan}\left(\frac{mg}{F}\right)$

$H = (1-\cos\varphi)\cdot L$

$H = L\left(1-\cos\left(\pi - 2\,\mathrm{atan}\left(\frac{mg}{F}\right)\right)\right)$ ✓ müsste stimmen …

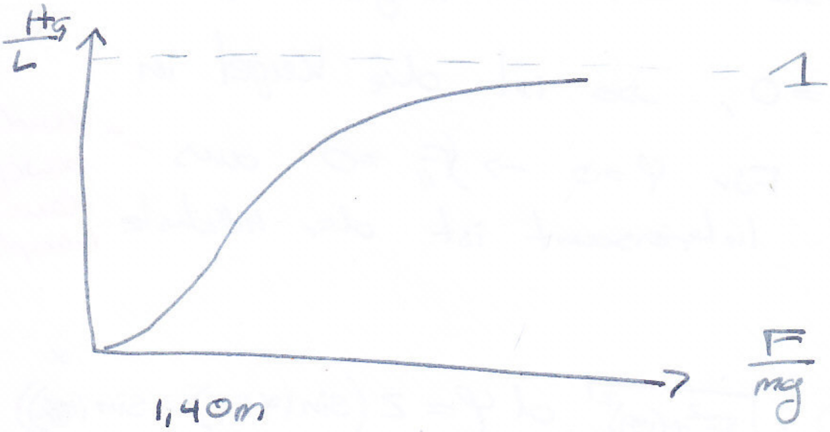
1,5/1,5

4c) Im Gleichgewichtsfall sind $\vec{mg} + \vec{F}$ genau die Seilkraft

$\tan(\cancel{\varphi}\,\varphi_2) = \frac{F}{mg}, \quad \cos(\varphi_2) = \frac{L-H_G}{L}$

$H_G = L(1-\cos\varphi_2)$

$H_G = L\left(1-\cos\left(\mathrm{atan}\left(\frac{F}{mg}\right)\right)\right)$ ✓




1,5/1,5

4d) $H = \cancel{3{,}18\,m}\ 1{,}40\,m$, $H_G = 0{,}39\,m$

✓ 0,5/0,5

4e) Nein, da der Wind für $\varphi > \frac{\pi}{2}$ den Ball herunter drückt.

✓ 0,5/0,5